Achim Ilchmann

EAGLE-Starthilfe Mathematik und Gesellschaft

EAGLE-Starthilfe
Mathematik und Gesellschaft

Zur Funktion der angewandten Mathematik

Achim Ilchmann

ilmedia

2017

Impressum

Technische Universität Ilmenau/Universitätsbibliothek
ilmedia
Postfach 10 05 65
98684 Ilmenau
www.tu-ilmenau.de/ilmedia

urn:nbn:de:gbv:ilm1-2017200482

Zuerst als Druckausgabe erschienen:

EAGLE-Starthilfe Mathematik und Gesellschaft : zur Funktion der angewandten Mathematik / Achim Ilchmann. - Leipzig : Edition am Gutenbergplatz Leipzig, [2016] - 97 Seiten.
ISBN 978-3-95922-093-4

Geleitwort

Die angewandte Mathematik ist eine Wissenschaft, deren Anwendungspotentiale in jüngster Zeit offensichtlich geworden sind. Ohne moderne Mathematik wären weder MP3-Player noch Bestrahlungstherapien bei Krebserkrankungen noch Aufklärungsdrohnen realisierbar. Wer über die gesellschaftliche Bedeutung dieser Disziplin und ihrer Erfolge urteilen will, sollte zur *EAGLE-STARTHILFE Mathematik und Gesellschaft. Zur Funktion der angewandten Mathematik* greifen. Sie bietet einen tour d'horizon über philosophische Grundkonzepte und deren Genesis, und zwar darauf fokussiert, ob und wie sie für die angewandte Mathematik relevant werden. Ziel dieses weitgespannten Überblicks ist es, eine Erklärung für die aktuellen Entwicklungstendenzen in der Mathematik, insbesondere für die Entwicklung hin zur angewandten Mathematik zu liefern und die Frage zu stellen, wohin denn diese Entwicklung geht: Kann von einer Transformation der angewandten Mathematik in Technologie heute die Rede sein? Mit dieser innermathematischen Verschiebung der Gewichte geht die Veränderung der Studienstrukturen einher, weg vom Beweise ergründenden Mathematiker hin zum mathematischen Technologen, der zu beliebigen Zwecken Methoden und Modellierungen einsetzen können soll. Trotz des in Bachelor und Master versteckten Diplomstudiums, in dem bewiesen wird wie vor deren Einführung, gibt es eine Tendenz, den Anteil der zu erlernenden, auf Anwendung orientierten Methoden gegenüber dem Beweisen zu erhöhen.

Seit ihrem Anbeginn hatten die Wissenschaften mit der Praxis, mit der gegenständlichen Arbeit, mit den Fragen, die aus der Praxis kamen, und nicht zuletzt mit der Rückkopplung, also den Wirkungen der von den Wissenschaften in Szene gesetzten Anwendungen zu tun. Freilich waren für diese Herausbildung der Wissenschaften auch ideelle Prinzipien wie die gegen gesellschaftliche Herrschaft sich richtende Freiheit (insbesondere der Wissenschaft), wie die Unabhängigkeit für die produktive Einbildungskraft und die Hoffnung auf das Fortschreiten des Menschengeschlechts mit dem Ziel der befreiten Gesellschaft konstitutiv. Mithin wirkten seit jeher zwei einander widerstreitende Kräfte auf die Wissenschaften: die Anforderungen seitens der Praxis, gar die Unterordnung unter die Maßgabe der Anwendung versus die von der wissenschaftlichen Vernunft geforderte Freiheit, eine Freiheit von jener Praxis und gegen jene Praxis und zuweilen gegen Praxis überhaupt. Jedoch bleibt die Darstellung abstrakt, werden beide Kräfte schlicht als einander äußerlich gegenübergestellt. Anhand des Verlaufs der Entwicklung der Wissenschaften zeigt sich vielmehr in concreto, wie die Praxis samt den Anwendungen wissenschaftlicher Resultate in derselbigen in ein systematisches Verhältnis zu dem tritt, was gegenüber dieser Praxis Freiheit und Autonomie der Vernunft reklamiert. Die aktuelle Wissenschaftsentwicklung offenbart dann die in diesem systematischen Verhältnis liegende Paradoxie: Was sich von der Praxis und insbesondere auch gegenüber der die Praxis dominierenden gesellschaftlichen Herrschaft emanzipierte oder zu emanzipieren intendierte, zeigt in ihrer immer weiter vorangetriebenen Fortentwicklung eine Verfallsgeschichte. Diese kann mit der These von der tendenziellen Transformation der Wissenschaften (insbesondere der Naturwissenschaften) in Technologie begriffen werden.

Die vorliegende Studie eröffnet einen ersten Blick auf dieses umfassende Panorama. In den Anfangskapiteln werden aus der Philosophie stammende Basiselemente für eine Erklärung kurz und knapp aufgeführt. Die dann folgenden Kapitel gewähren dem Leser verblüffende Einsichten. So wird zum Beispiel die Entwicklung hin zum Dedekindschen Schnitt als Modell für Hegels „Der Fortgang der Entwicklung ist zugleich Rückgang in den Grund“ begriffen. Oder es wird durch die Stelle aus der Einleitung in der *Kritik der reinen Vernunft*, wo die sinnliche Erfahrung zwar der Anfang unseres Erkennens, aber eben nicht der absolute Anfang ist, aus dem unser Erkennen entspringt, die Aussage, dass es weder einen Primat der reinen Mathematik noch einen der angewandten Mathematik gebe, in erhellender Weise erläutert. Als besonders luzide erscheint die Passage über die durch den Computer bewirkten Veränderungen innerhalb der Mathematik, nämlich dass mit dem Computer für die Mathematik ein „experimentelles Verfahren“ möglich wird. Damit wird in unserer Zeit durch die technische Innovation des Computers für die Mathematik möglich, was für die Naturwissenschaften schon Jahrhunderte früher – mit Galilei – wesentlich und zentral war: die experimentelle Arbeit als Schlüssel zum Erkennen der Natur. Nur mittels des Experiments gelingt es, an die Natur genau die entscheidenden Fragen zu stellen, um dann als urteilende Vernunft etwas über die Natur herauszubekommen. Mathematische Erkenntnisse waren nun konstitutiv für die Entwicklung des Computers; dieser prägte mit den dann möglichen neuartigen experimentellen Verfahren eine produktive Entwicklung der Mathematik.

Neugierig macht das frappierende Bourbaki-Zitat über die axiomatische Methode. In neuer Weise fällt ein Licht auf diese Methode, wenn sie als in der mathematischen „Produktionsweise“ zu entdeckende Analogie zu dem Taylorsystem in der materiellen Produktion verstanden wird. Und damit stellen sich die folgenden Fragen: Wird mit der Taylorisierung des mathematischen Arbeitens die originär für die Wissenschaft entscheidende produktive Einbildungskraft gehemmt oder erstickt? Bedeutet das Überhandnehmen des methodischen Moments in der Wissenschaft über diese produktive Einbildungskraft eine Herrschaft über letztere? Wird dadurch, dass über dieses anwachsende methodische Moment ein wissenschaftsexterner Financier „eingeschleust“ wird, die Wissenschaft einer heteronomen Regulierung unterworfen? Es sind solche neuartigen Fragen, welche die vorliegende Studie aufwirft. Für den weiteren Fortgang der Wissenschaft Mathematik wird es von zentraler Bedeutung sein, wie diese Dialektik des Zerfalls reflektiert werden wird.

Es bleibt zu wünschen, dass all das, was Achim Ilchmann vorbringt und als Problem aufwirft, eine Ausarbeitung und Weiterentwicklung in detaillierten Studien erfährt.

Oldenburg, im Juli 2016 Ulrich Ruschig

Vorwort

Was ist angewandte Mathematik? Wie unterscheiden sich reine und angewandte Mathematik? Sind diese Begriffe sinnvoll? Wie unterscheiden sich angewandte Mathematik und Ingenieurwissenschaften? Wie und warum entstand die angewandte Mathematik? Welche Tendenzen zeichnen sich ab? Welche Funktion erfüllte die angewandte Mathematik in ihrer Entstehungsphase und welche Funktion erfüllt sie heute? Wie ist es um die Moral bestellt? Trifft Peter Bulthaups These der „tendenziellen Transformation der Wissenschaft in Technologie“ für die angewandte Mathematik zu? Um diese Fragen zu erörtern, werden die dafür relevanten Gegenstände der Philosophie und der Geschichte der Mathematik, Naturwissenschaften und Ingenieurwissenschaften bereitgestellt. Die Begriffe Wissenschaft, Einzelwissenschaft und Mathematik werden mithilfe des Rückgriffs auf Platon, Aristoteles, Kant und Hegel erkenntnistheoretisch bestimmt, um das Wesen der angewandten Mathematik zu erfassen.

Reine Mathematik und angewandte Mathematik sind als voneinander isolierte Begriffe gar nicht zu bestimmen, ja sie widersprechen einander. Erst mittels des Hegelschen Konzepts der Einheit von einander entgegengesetzten Momenten lässt sich die Mathematik als Einheit mit ihren Momenten reine und angewandte Mathematik begreifen. Die systematische Abhandlung der philosophischen Begriffe erlaubt eine Darstellung der historischen Durchsetzung der angewandten Mathematik in ihrer Auseinandersetzung mit der reinen Mathematik und den Ingenieurwissenschaften. In diesem Zusammenhang wird auch das Verhältnis von Technologie, Technikwissenschaften und angewandter Mathematik erläutert.

Zu beobachten ist die Tendenz, die Forschung innerhalb der angewandten Mathematik in Technologie zu transformieren. Das belegt die Art der Finanzierung und Ausrichtung diverser Forschungsinstitute, an denen Dienstleistungs-Mathematik betrieben wird, und auch die Entwicklung an den Universitäten. Eine weitere Tendenz ist, die Lehre der angewandten Mathematik für die Technologie auszurichten. Aber ganz so einseitig ist diese Tendenz nicht. Hochschullehrer sperren sich bewußt oder unbewußt gegen diese, und zweifelsohne wurden in den letzten Dekaden in der angewandten Mathematik zahlreiche tiefe Forschungsresultate erzielt. Ist die These von der tendenziellen Transformation von Wissenschaft, und insbesondere von angewandter Mathematik, in Technologie zutreffend?

Herzlich danke ich Ulrich Ruschig (Oldenburg) für seine akribische Durchsicht und konstruktive Kritik, Volker Mehrmann (Berlin) für zahlreiche hilfreiche Anmerkungen, Stefan Brechtken (Ilmenau) für seine kompetente Unterstützung bei der LaTeX-Darstellung und Jürgen Weiß vom Verlag *Edition am Gutenbergplatz Leipzig*.

Ilmenau, im August 2016 — Achim Ilchmann

Inhaltsverzeichnis

1 Was ist Wissenschaft?

In diesem Kapitel werden für die folgenden Kapitel grundlegende Gedanken von Platon, Aristoteles, Kant und Hegel zur Klärung des Begriffs Wissenschaft dargestellt. Mit diesen Bestimmungen wird auch die Funktion der Mathematik innerhalb der Wissenschaften eingeordnet.

1.1 Die aristotelische Bestimmung von Wissenschaft als eine von vier Erkenntnisstufen

Aristoteles (384-322 v. Chr.) entwickelt in der *Metaphysik* [3, Kap. I.1] und in der *Analytica Posteriora* [2, Kap. II.19] einen ersten Begriff der Wissenschaft. Er unterscheidet vier Stufen der Erkenntnis:

1.) sinnliche Wahrnehmung (sehen, hören, tasten, schmecken, riechen)
2.) Erinnerung
3.) Vorstellung, Erfahrung
4.) Wissenschaft, Kunst, Überlegung

Diese Stufen sind aufsteigend bezüglich des erkenntnistheoretischen Fortgangs; sie sind absteigend bezüglich der logischen Entwicklung, m.a.W. das sinnlich Erste ist das logisch Letzte.

Aus sinnlicher Wahrnehmung muss nicht Erinnerung entstehen, da jene individuell ist, diese aber einen allgemeinen Aspekt hat. Erinnerung bedeutet „ein Bleiben des Wahrnehmungsinhalts“ [2, 99b36], und dieses allgemeine Moment ist bei der sinnlichen Wahrnehmung nicht vorhanden. Die Erinnerung wird aus der Wahrnehmung entwickelt, ist insofern später. Gleichwohl ist Erinnerung für diese Wahrnehmung logisch vorausgesetzt – ohne dass wir uns erinnern, können wir Wahrnehmungen nicht auseinanderhalten. Logisch ist die Erinnerung vorausgesetzt für die sinnliche Wahrnehmung.

Das Verhältnis von der zweiten Stufe Erinnerung und der dritten Stufe Vorstellung/Erfahrung ist analog bestimmt. Aus der Erinnerung muss nicht zwingend eine Erfahrung oder Vorstellung entstehen, da letztere Spontaneität der Einbildungskraft erfordert, was jene nicht umfasst. Erfahrung stellt nur ganz bestimmte Erinnerungen in einen Zusammenhang; dieser Zusammenhang aus der Mannigfaltigkeit der Erinnerungen stellt sich nicht notwendig ein. Stellt er sich ein, so ist die Erfahrung aus der Erinnerung entwickelt und gleichwohl gilt, dass logisch die Erfahrung für die Erinnerung vorausgesetzt ist.

Ebenso führt Erfahrung nicht notwendig zur wissenschaftlichen Erkenntnis – der vierten und letzten Stufe. Die wissenschaftliche Erkenntnis setzt die Kenntnis des Allgemeinen und des Zugrundeliegenden voraus; für die Erfahrung ist die Gewöhnung schon hinreichend. Der Begriff τέχνη (griech. Technik) geht zurück auf „ein zielgerechtes, sachgemäßes Können, eine Fertigkeit, Geschicklichkeit oder Kunst (lat. ars)“ [23, Artikel *Technik*]. τέχνη ist menschliche Arbeit, die die Natur einem Zweck gemäß umformt. Für die τέχνη gilt: Sie ist nicht bloß praktisch ausgerichtet wie die Erfahrung, sondern geht auf die Grundlagen; sie erkennt die Ursachen; sie ist lehrbar; sie geht auf das Allgemeine und nicht auf das Einzelne. Die Wissenschaft wird aus der Erfahrung entwickelt, insofern ist jene später als diese. Gleichwohl ist Wissenschaft für die Erfahrung logisch vorausgesetzt – ohne Erfahrung ist Wissenschaft nicht möglich.

Für alle drei Übergänge von einer Erkenntnisstufe zur nächsthöheren gilt, dass ein Übergang nicht zwingend ist, „denn das Zugrundeliegende bewirkt doch nicht selbst seine eigne Veränderung“ [3, 984a21 ff.]. Findet hingegen ein Übergang von einer Stufe zur nächsten statt, so ist jene untere Stufe sinnlich vorausgesetzt und diese obere Stufe logisch vorausgesetzt.

Die obigen Ausführungen sind in dieser Form nicht in Aristoteles’ *Metaphysik* [3, Kap. I.1] oder *Analytica Posteriora* [2, Kap. II.19] entwickelt, sie sind aber die systematische Grundlage seiner Darstellung der vier Erkenntnisstufen: Dem erkenntnistheoretischen Fortschritt von der sinnlichen Wahrnehmung bis zur Wissenschaft korrespondiert der historische Fortschritt in der Entwicklung der Wissenschaft. Die Wissenschaft als höchste und zuletzt entwickelte Stufe ist die logisch erste Grundlage. Die Erkenntnisstufen sind absteigend bezüglich der logischen Erkenntnis der sinnlichen Erscheinungen; sie steigen ab zu dem Allgemeinen, welches erkannt werden muss, um als Grundlage das Einzelne zu bestimmen. In Hegelschen Termini, die in Abschnitt 1.5 näher erläutert werden, lautet die Konsequenz: Das sinnlich Erste ist das logisch Letzte, und der erkenntnistheoretische Fortschritt ist ein Rückgang in den Grund.

1.2 Nicht Praxis, sondern Muße ist notwendige Bedingung für Wissenschaft

Eine häufig vertretene These ist, dass Wissenschaft das Resultat der praktischen Auseinandersetzung des Menschen mit der Natur sei. Beispielsweise zeigt Wußing (1927-2011) in [57, S. 380] ein Flussdiagramm, welches für die Periode der „Wissenschaftlichen Revolution in der Mathematik“ einen „linearen“ Verlauf von Problemen der Technik und Naturwissenschaften bis hin zu avancierter reiner Mathematik suggeriert. Im selben Buch schreibt er bezogen auf die mesopotamische Mathematik: „Mathematische Fragen, Überlegungen und Methoden entstehen im Zusammenhang mit Bauwesen, Handel, Wirtschaft und astronomischen Beobachtungen [und] dienen der Praxis.“ [57, S. 142] Diese Behauptung steht allerdings im diametralen Gegensatz zu Aristoteles, der schon festgestellt hatte, dass Muße eine notwendige Bedingung der Möglichkeit von Wissenschaft ist: Es musste „so ziemlich alles zur Annehmlichkeit und Lebensführung Nötige vorhanden“ [3, 982a19 ff.] sein, bevor „man diese Art der Einsicht zu suchen“ [3, 982a23] begann. Die potentielle Freistellung von Arbeit und die Bereitstellung von Konsumtionsmitteln sind notwendige Bedingungen der Muße. „Als daher schon alles Derartige geordnet war, [...] bildeten sich in Ägypten zuerst die mathematischen Künste (Wissenschaften) aus, weil dort dem Stande der Priester Muße gelassen war.“ [3, 981b20] Dieser historischen Darstellung liegt das folgende systematische Argument zugrunde: Muße setzt freie Zeit voraus, und die ist in einer durch Herrschaft bestimmten Gesellschaft nur für die Herrscher selbst und den von ihnen privilegierten (zum Beispiel die Priester) verfügbar. Insofern ist Muße eine für die Wissenschaft notwendige Bedingung, die durch die Sklavenhaltergesellschaft historisch durchgesetzt wurde: „Ohne Sklaverei kein griechischer Staat, keine griechische Kunst und Wissenschaft. [...] Ohne die Grundlage des Griechentums und des Römerreichs aber auch kein modernes Europa. Wir sollten nie vergessen, daß unsere ganze ökonomische, politische und intellektuelle Entwicklung einen Zustand zur Voraussetzung hat, in dem die Sklaverei ebenso notwendig wie allgemein anerkannt war.“ [19, S. 168] Allerdings folgt aus dieser historischen Tatsache nicht, dass Muße als notwendige Bedingung für Wissenschaft nur in einer Klassengesellschaft hergestellt werden kann.

John D. Bernal (1901-1971) formuliert vorsichtig: „Ob die Wissenschaft in ihren ersten Entwicklungsphasen für irgendwelche Zwecke überhaupt wirklich notwendig war, ist noch fraglich.“ [7, S. 802] Georg Wilhelm Friedrich Hegel (1770-1831) lässt aber kein Zweifel aufkommen, dass nicht die praktischen Auseinandersetzung des Menschen mit der Natur ein Grund für die Entstehung der Mathematik ist, sondern für die Philosophie der Griechen und deren Motivation gilt: „Man hat angefangen zu philosophieren, um die Unwissenheit zu fliehen. Daraus folgt, daß man um des Erkennens willen das Wissen verfolgt hat, nicht nur um des Nutzens willen, nicht um irgendeines anderen Gebrauchs willen.“ [26, S. 359-360]

Dieser Standpunkt, nämlich dass Praxis keine notwendige Bedingung für Wissenschaft ist, steht nicht im Gegensatz dazu, dass praxisrelevante Fragestellungen initial für eine Theorie sein können, welche die Ursachen für die Praxis erkennt.

1.3 Die Allgemeingültigkeit und Notwendigkeit der Resultate der Wissenschaft

Folgt man Aristoteles’ Einteilung, so geht Wissenschaft als die höchste Erkenntnisstufe notwendig auf „die ersten Ursachen und Prinzipien“ [3, 981b28]. Nicht notwendig bedeutet zufällig; genau das erfüllt eine wissenschaftliche Aussage nicht. Zudem sind ihre Resultate allgemeingültig: Ein Wissenschaftler muss „den (allgemeinen) Begriff besitzen“ [3, 981a15]. Nicht allgemein bedeutet empirisch beschränkt, einzeln. Um den allgemeinen Begriff zu erarbeiten, kann es zwar verschiedene „Ansätze“ oder Betrachtungen geben, aber das Denken wird „von der Wahrheit selbst genötigt“ [3, 984b10], und die Ansätze müssen zu demselben Ergebnis gelangen. Für eine wissenschaftliche Erkenntnis sind Notwendigkeit und Allgemeinheit unentbehrlich, so auch Kant zweitausend Jahre später: „Notwendigkeit und strenge Allgemeinheit sind also sichere Kennzeichen einer Erkenntnis a priori, und gehören auch unzertrennlich zusammen.“ [37, B 4]

1.4 Die Mathematik als Prototyp einer Wissenschaft

Die Mathematik war das erste Gebiet, in dem notwendige und allgemeingültige Aussagen formuliert wurden; beispielhaft dafür sind Euklids *Elemente* [20]. Immanuel Kant (1724-1804) ist – wie Adorno es ausdrückt – überzeugt „von der ungeheuren Gewalt und Dignität“ [1, S. 51] der Mathematik und der Naturwissenschaften. Kant konstatiert: „Die Mathematik ist von den frühesten Zeiten her [. . .] den sicheren Weg einer Wissenschaft gegangen.“ [37, B X] Ihr kommen „Notwendigkeit und strenge Allgemeinheit“ zu.

1.5 Womit muss der Anfang der Wissenschaft gemacht werden?

So lautet die Überschrift eines Abschnitts zu Beginn in Hegels *Wissenschaft der Logik I* [27, S. 37-54]. Georg Wilhelm Friedrich Hegel (1770-1831) geht aus von der griechischen Erkenntnis einer ἀπορία (griech. Aporie). Diesem Wort liegt zugrunde πόρος (griech. Weg, Durchgang, Pfad und Hilfmittel), welches mit der Vorsilbe α verneint wird zu ἄ-πορος (griech. ohne Mittel und Wege, ratlos, unfähig, dürftig). Der im Eristischen Satz entwickelten Aporie der Ausweglosigkeit des Anfangs geht Hegel auf den Grund und entwickelt das Problem des Anfangs.

1.5.1 Der Eristische Satz: Der Anfang ist eine Aporie

Erstmals systematisch reflektiert wurde das Problem des Anfangs in der Wissenschaft im sogenannten Eristischen Satz (*Eristik: die Kunst des Streitens oder Disputierens: Eristiker wurden die Schüler des Eukleides von Megana (400 v. Chr.) wegen ihrer Neigung zum Wortstreit genannt* [31]) formuliert: „Daß nämlich ein Mensch unmöglich suchen kann, weder was er weiß, noch was er nicht weiß. Nämlich weder was er weiß, kann er suchen, denn er weiß es ja, und es bedarf keines Suchens weiter; noch was er nicht weiß, denn er weiß ja dann auch nicht, was er suchen soll.” [45, S. 80c] Die beiden Pole „Wissen“ und „Nichtwissen“ sind aporetisch bestimmt: Weiß der Mensch, so braucht er nicht zu forschen; weiß er nicht, so kann er nicht forschen. Danach wäre Forschung, die Unwissen und Wissen vermittelt, nicht möglich. Die Konsequenz dieser Einsicht drückt Platon drastisch im *Menon* aus, wo der Sklave (wohlgemerkt: Der Sklave ist für Platon der Einsicht fähig, das war in der griechischen Gesellschaft allgemein nicht akzeptiert.)

erstarrt: „Daß ich voll Verwirrung geworden bin, und du [Menon, A.I./Achim Ilchmann] dünkst mich, [. . .] dem Zitterrochen zu gleichen. Denn auch dieser macht jeden, der ihm nahekommt und ihn berührt, erstarren.“ [45, 80a] Der Zitterrochen ist ein Knorpelfisch, der bis zu einem Meter Durchmesser groß sein kann und dessen Organe elektrische Spannungen von bis zu 200 Volt produzieren können. Der Sklave erstarrt wie vom Zitterrochen gestochen, weil die Praxis im Widerspruch zur gedachten Aporie steht: Es gibt Forschung, man überwindet die Unwissenheit und gelangt zum Wissen. Platon weiß, dass es ein diskursives Verfahren nicht gibt, welches angibt, wie der in den gegebenen Prämissen enthaltende Widerspruch zu überwinden ist, um zu neuen Erkenntnissen zu gelangen. Wie gleichwohl neue wissenschaftliche Resultate erzielt werden können, vermögen die Griechen systematisch nicht zu fassen. Es gibt nämlich die Spontaneität der Einbildungskraft. Aber woher kommt sie und was treibt sie voran? In der Mathematik ist uns diese Praxis sehr wohl bekannt: Voran treibt der Widerspruch und der Zweifel; die „zündende Idee“ – woher sie auch immer stammt – hat mit einem diskursiven Verfahren nichts zu tun.

1.5.2 Der Mythos ἔρως: Eine Einheit von Momenten

Im *Symposion* [46] wählt Platon die Form des Mythos’, um die Aporie des Eristischen Satzes und deren „Überwindung“ darzustellen. Wohlgemerkt – eine Aporie kann logisch nicht überwunden werden, sie ist ein Widerspruch; dem Widerspruch muss auf den Grund gegangen werden.

In der griechischen Philosophie ist der ἔρως (griech. Eros) weder ein Gott noch ein Mensch, sondern ein Dämon, der „immer in der Mitte“ [46, 203e] steht und mit seinem „geschmeidigen Wesen [vermittelt, A.I.], denn sonst vermöchte er nicht überall sich anzuschmiegen“ [46, 196a] zwischen dem Unsterblichen und dem Sterblichen, „zwischen Weisheit und Torheit“ [46, 202a]. Im platonischen Mythos wird der ἔρως gezeugt beim Geburtsfest der Ἀφροδίτη (griech. Aphrodite: die Göttin der Liebe, der Schönheit und der sinnlichen Begierde). Des ἔρως Mutter ist πενία (griech. Penia: Armut, Mangel); des ἔρως Vater ist πόρος (griech. Poros: Weg, Durchgang, Pfad und Hilfmittel); des πόρος Mutter ist μῆτις (griech. Metis: Klugheit, Weisheit, Plan und Rat). πόρος und πενία als einander entgegengestellte Pole beziehen sich im ἔρως aufeinander: „Zuerst ist er [ἔρως, A.I.] immer arm [. . .] und der Dürftigkeit Genosse.“ [46, S. 203c/d] „Nach seinem Vater [πόρος, A.I.] wiederum stellt er dem Guten und Schönen nach, ist tapfer, keck und rüstig, ein gewaltiger Jäger, allezeit irgend Ränke schmiedend, nach Einsicht strebend, sinnreich, sein ganzes Leben lang philosophierend, ein arger Zauberer, Giftmischer und Sophist, und weder wie ein Unsterblicher geartet, noch wie ein Sterblicher, bald an demselben Tage blühend und gedeihend, wenn es ihm gut geht, bald auch hinsterbend, doch aber wieder auflebend nach seines Vaters Natur.“ [46, 203d/e]

Dieser Mythos verweist auf einen Grund. Zur damaligen Zeit ist mit logisch-systematischen Mitteln das Problem nicht darstellbar. Deswegen wird eine Geschichte erzählt. Nimmt man πόρος und πενία als selbständige, voneinander geschiedene Akteure, dann gibt es keine Lösung, sie sind ihren Eigenschaften nach einander entgegengesetzt. So eben auch im Eristischen Satz: Das Nicht-Wissen bleibt bei sich – und das Wissen eben auch – dies ist eine aporetisch bleibende Gegenüberstellung. Der Grund der Aporie wird von Platon im Mythos nur indirekt angegeben. Erst zweitausend Jahre später entwickelt Hegel in logisch-systematischer Weise das zugrundeliegende Problem: Erst wenn πόρος und πενία in einer Einheit sind – im Mythos ist die Einheit der ἔρως, sind beide Momente, Momente in dieser Einheit. Bei Hegel wird aus dem Verhältnis von zwei einander Gegenüberstehenden die Einheit dieser beiden logisch entwickelt. Erst wenn – so der Mythos – πόρος und πενία in eine Konstellation treten, wird eine Einheit beider möglich. Und dann wird es möglich, dass ἔρως als Einheit von πόρος und πενία etwas Neues hervorbringt. Erst in der Einheit wird die Spontaneität der Einbildungskraft ermöglicht.

Das ist bei Platon angelegt: „In der Mitte zwischen beiden [Gott und dem Sterblichen, A.I.] ist es [die Verrichtung des ἔρως, A.I.] also die Ergänzung, daß nun das Ganze in sich selbst verbunden ist.“ [46, 202e] Das Ganze ist die Einheit, hier die Einheit Erkenntnis mit den Momenten Wissen und Unwissen, es ist nicht bedingt durch anderes, Platon sagt „in sich selbst verbunden“, und gleichzeitig verbindet das Ganze die ehemalig sich widersprechenden und für die Einheit konstitutiven Pole, die dann als Momente aufgehoben sind. Aufgehoben sind die Momente in der doppelten Bedeutung von negiert und aufbewahrt: Negiert ist ihre Selbständigkeit, aufbewahrt wird ihr Anteil als Moment in der Bestimmung der Einheit. Die Momente bestehen nicht für sich, sie haben Bestand in der Einheit.

1.5.3 Hegels Aufhebung des Eristischen Satzes: Das Problem des Anfangs

Hegel beschreibt die Aufhebung des Eristischen Satzes, die schon im Mythos mit der Figur des Halbgottes ἔρως angelegt war, systematisch. Dem Widerspruch von Unwissen und Wissen im Eristischen Satz ist auf den Grund zu gehen. Hegel sagt nicht, dass der Widerspruch zur Aufgabe zwingt, sondern geradezu umgekehrt, dass der Widerspruch für den Begriff des Anfangs (der Forschung) notwendig ist. Dem Einwand, dass ein in sich widersprüchlicher Begriff, ein nihil negativum, nichts bezeichnen kann, hält er entgegen, dass ein Begriff, der nichts bezeichnen kann, nicht einmal sich selbst widersprechen kann. Hegel fasst den Eristischen Satz in allgemeinerer Form als Problem des Anfangs in der Philosophie: „Der Anfang der Philosophie muß entweder ein V e r m i t t e l t e s oder U n m i t t e l b a r e s seyn, und es ist leicht zu zeigen, daß er weder das eine noch das Andre seyn könne.“ [27, S. 37] Der Anfang muss vermittelt sein, weil er zwischen Unwissen und Wissen oder Zugrundeliegendem und Entwickeltem vermittelt; er muss unvermittelt sein, weil er sonst auf das Vermittelte verweist, von dem er abhängt und dann kein Anfang wäre.

Auf den zweiten Aspekt, nämlich dass der Anfang unvermittelt zu sein hat, hat schon Aristoteles verwiesen, indem er über das Prinzip festlegt: „Ich nenne Prinzipien in einer jeden Gattung diejenigen, von denen es unmöglich ist zu beweisen, daß sie sind.“ [2, 76a] Die Forderung, das Erste selbst wieder zu beweisen, kritisiert er als „Mangel an Bildung“ [4, 1006a], denn „daß es überhaupt für alles einen Beweis gebe, ist unmöglich, sonst würde ja ein Fortschritt ins Unendliche stattfinden“ [4, 1006a]. Auch von dem zweiten Aspekt weiß Aristoteles, wenn er ihn auch nicht explizit ausspricht, er sagt: „Da wir nun diese Wissenschaft [die Metaphysik, die Weisheit, A.I.] suchen, müssen wir danach fragen, von welcherlei Ursachen und Prinzipien die Wissenschaft handelt.“ [3, 982a]

Diese zwei sich widersprechenden Aspekte des Prinzips, nämlich ein Unmittelbares und ein Vermitteltes zu sein, vermag Hegel als das konstitutive für den Anfang herauszuarbeiten. Diese Aporie liegt im Begriff des Anfangs, die Momente Zugrundeliegendes und Entwickeltes (oder Nichtwissen und Wissen) sind als isolierte betrachtet sich widersprechend. Das führt nicht wie beim Eristischen Satz zur Resignation. Sondern die Reflexion auf den Begriff des Anfangs ergibt, dass die einander widersprechenden Pole im Begriff des Anfangs aufgehoben sind. Allgemein ausgedrückt: Die Momente konstituieren die Einheit. Sie bestehen nicht für sich, und sie haben Bestand in der Einheit. Sie sind notwendig einander widersprechend und als solche widersprechende machen sie die Einheit, hier den Begriff des Anfangs, aus. Aufgehoben sind die Momente der Einheit in doppelter Bedeutung: Sie sind negiert, weil sie als widersprechende erkannt sind und so als isolierte keinen Bestand haben; sie sind aufbewahrt, weil nur mit ihnen die Einheit begrifflich zu fassen ist. Hegel drückt diesen Sachverhalt wie folgt aus: „Ein System von Momenten ist eine Einheit Entgegengesetzter, die nichts außer dieser Entgegensetzung, außer diesem Verhältnisse sind, nicht gleichsam noch einen Überschuß über einander haben, wodurch sie für sich wären; sondern so gleichsam aufeinanderpassen, daß indem sie in der That bey ihrer Entgegensetzung als ein System oder als Einheit dargestellt werden, sie sich aufheben.“ [25, S. 9]

Ein weiteres Beispiel für eine Einheit von Momenten ist in der aristotelischen Vier-Ursachen-Lehre [3, Kap. I.3] zwar so nicht ausgeführt, aber angelegt: Form und Materie sind Momente in der Einheit des Einzeldings, der ersten Substanz. In einem Einzelding ist die Form stets auf eine Materie bezogen. Umgekehrt gibt es die Materie im Einzelding nicht als formlose. Nur wenn man Form und Materie nicht abstrakt und für sich selbständig betrachtet, sondern als Momente in einer Einheit, kann man das Einzelding und seine Genese verstehen. Form und Materie sind – so Aristoteles – die causae dieses Einzeldings, was er am Beispiel einer Statue erläutert. Sie bestehen neben anderen Momenten (causa efficiens und causa finales) im Einzelding. Im Abschnitt 4.1 wird ein mathematisches Beispiel für die Einheit angegeben.

In welchem Sinne wurde der Eristische Satz nun überwunden? Platon hatte die Aporie von Wissen und Unwissen im Eristischen Satz dargestellt. Er lässt den Sklaven dies erkennen und der Sklave erstarrt wie vom Zitterrochen gestochen. Der Sklave erstarrt deshalb, weil er einerseits erkennt, dass Wissen und Unwissen nicht zu vermitteln sind, er andererseits aber sieht, dass ein Fortschritt in der Wissenschaft stattfindet. Platon konstatiert dies. Diesem Widerspruch zwischen der Erkenntnis „Forschung ist nicht möglich“ und „Forschung findet statt“ versucht Platon im Mythos ἔρως zu überwinden. Er konstruiert den ἔρως als Vermittelnden zwischen den Polen πενία (Unwissen) und πόρος (Wissen). Aber so geschickt Platons Konstruktion auch ist, erst Hegel vermag eine Konzeption anzubieten, bei der die Aporie nicht stehen bleibt.

1.5.4 Fortschritt ist Rückgang

Das Verhältnis der Momente Unwissen und Wissen, Unmittelbares und Vermitteltes oder, analog und allgemeiner, die Einheit des Anfangs mit den Momenten Zugrundeliegendes und Entwickeltes, oder Grund und entwickeltes Resultat, soll weiter untersucht werden. Dieses Verhältnis wird in Abschnitt 1.6.1 fundamental sein, um den Begriff der mathematische Forschung zu fassen.

Hegel sagt: „Das Vorwärtsgehen [ist] ein Rückgang in den Grund, zu dem Ursprünglichen und Wahrhaften, von dem das, womit der Anfang gemacht wurde, abhängt und in der That hervorgebracht wird.“ [27, S. 43] Das Vorwärtsgehen, die gedankliche Entwicklung zu neuer Erkenntnis, hängt von seinem Anfang ab, denn ex nihilo nihil fit. Indem man das Neue, das vom Gang des Erkennens betrachtet ein Späteres, ein Abgeleitetes ist, entwickelt, erkennt man das logisch Frühere, den Grund für das Neue. Deshalb ist „das Vorwärtsgehen [. . .] ein Rückgang in den Grund“. Man erkennt den logischen Grund, der dem Späteren zugrunde liegt.

Dieser Prozess, in dem das Fortschreiten im Erkennen zugleich ein logisches Zurückgehen ist, überwindet die Starrheit der isolierten Momente, indem die Momente nur in diesem Prozess ihren Bestand haben. Wieder ist für diesen Prozess ein diskursives oder methodisches Verfahren nicht angebbar, sondern der Anfang wird zugleich als Resultat verstanden, wenn er als Resultat der mit ihm beginnenden erkennenden Bewegung dargestellt wird.

1.5.5 Der Anfang ist Bewegung und Resultat

Der Anfang wird als Gegenteil dessen erkannt, wofür er anfangs gehalten wurde. Er ist weder eine feste, ruhende Grundlage, noch ist er etwas, von dem auszugehen ist. Hegel erkennt, dass die Wissenschaft (oder synonym der Erkenntnisprozess) Bewegung ist, indem die erste Bestimmung zu einer letzten wird, indem sie weiter entwickelt wird, und das erkenntnistheoretisch Letzte zugleich das logisch Frühere ist: „Das Wesentliche für die Wissenschaft ist [...], daß das Ganze derselben ein Kreislauf in sich selbst ist, worin das Erste auch das Letzte, und das Letzte auch das Erste wird.“ [27, S. 44] Die Metapher „Kreislauf“ ist vielleicht nicht ganz treffend; besser wäre „spiralförmiger Kreislauf“, alldieweil der Prozess nicht im Kreislauf an dieselbe Stelle zurückkehrt, sondern zwar zu derselben Bestimmung zurückkehrt, die dann aber gerade dadurch weiter entwickelt ist: Es findet zugleich eine rückwärtsgehende Erschließung des Grundes (logisch) und eine vorwärtsgehende Entwicklung des Grundes (erkenntnistheoretisch) statt. Der Anfang wird, indem auf ihn selbst reflektiert wird, als Bewegung erkannt und diese Erkenntnis ist ein Resultat, welches den Anfang selbst begründet. Diese Dialektik analysiert Ulrich Ruschig ausführlich in [53].

1.6 Die Kopernikanische Wende – wider die Abbildtheorie

Die Mathematik ist für Kant – wie in Abschnitt 1.4 ausgeführt – der Prototyp der Wissenschaften. Nach ihrem Vorbild leitet er die „Kopernikanischen Wende“ der Erkenntnistheorie ein, damit „ein bloßes Herumtappen“ in der Philosophie ein Ende habe und sie „den sicheren Gang einer Wissenschaft gehe“ [37, B VII]. Bis zu dieser Wende betrachtete man in der Erkenntnistheorie getrennt die Natur einerseits und den kontemplativen (passiv-beobachtenden) Verstand andererseits. In verschiedenen Varianten hatten die Vertreter der Abbildtheorie versucht zu erklären, wie die Gegenstände der Natur dem Verstand „eingegeben“ werden; der Verstand schaut die Natur an und erkennt durch die Anschauung die Natur. Kants schlagendes Argument ist, dass aus endlich vielen Beobachtungen der Natur nicht ein Allgemeines im Denken folgen kann: Ein Empirisches, ein sinnlich Einzelnes, wie oft es auch betrachtet wird, kann als Endliches nicht zu einer allgemeinen Aussage führen. Selbst für ein im Geiste Angeschautes wie beispielsweise ein mathematischer Gegenstand, welcher stets nicht empirisch ist, muss entgegengesetzt argumentiert werden: „Bisher nahm man an, alle unsere Erkenntnis müsse sich nach den Gegenständen richten; [...] man versuche es daher einmal, ob wir nicht den Aufgaben der Metaphysik damit besser fortkommen, daß wir annehmen, die Gegenstände müssen sich nach unserem Erkenntnis richten.“ [37, B XVI] Das beschreibt in Kürze die „Kopernikanische Wende“. Bevor dies in den folgenden Unterabschnitten im einzelnen erläutert wird, sei noch angemerkt, „daß die Thematik der ‚Kritik der reinen Vernunft‘ nicht sowohl die spekulative Entwicklung, Hervorbringung, Erzeugung dieser synthetischen Urteile a priori oder überhaupt irgendwelcher Wahrheiten sei, sondern vielmehr die Prüfung ihrer Gültigkeit“ [1, S. 51].

1.6.1 Das a-priori-Wissen

Kant gesteht Descartes, Leibniz und anderen über die Möglichkeit unseres Erkennens nachdenkenden Philosophen zu, dass das Subjektive notwendig an der Erkenntnis beteiligt ist; aber Kant entwickelt nicht wie jene die Erkenntnis aus dem reinen Denken, sondern er will zeigen, warum die Ergebnisse der Mathematik und der Naturwissenschaften gültig sind. Er will auch begründen, warum Mathematik möglich ist.

Als Beispiel mathematischer Erkenntnis führt Kant das mathematische Dreieck an: „Dem ersten, der den gleichseitigen Triangel demonstrierte [...], ging ein Licht auf; denn er fand, daß er nicht dem, was er in der Figur sah, oder auch dem bloßen Begriffe derselben nachspüren und gleichsam davon ihre Eigenschaften ablernen, sondern durch das, was er nach Begriffen selbst a priori hineindachte und darstellte (durch Konstruktion), hervorbringen müsse.“ [37, B XI-XII]

A priori heißt nicht, dass es eine gesonderte, zeitlich vorhergehende Erkenntnis ist, sondern an der Erkenntnis ist ein Moment des Allgemeinen. Das Apriorische geht nicht auf im empirischen Endlichen. Das Apriorische ist nicht für sich zu bestimmen, denn sonst wäre es eine „höhere Eingebung“, sondern das Apriorische ist Resultat einer Reflexion: An der Erkenntnis ist ein Moment, das nicht in der sinnlichen Empfindung aufgeht, das nur negativ bestimmt werden kann. Betrachtet man Erkenntnisse, denen gar nichts Empirisches beigemischt ist, so nennt Kant diese „rein a priori“. „Reine Urteile a priori [sind beispielsweise] alle Sätze der Mathematik.“ [37, B 4]

Bemerkenswert ist Kants Betonung im obigen Zitat: „Er nach Begriffen selbst a priori hineindachte und darstellte (durch Konstruktion), hervorbringen müsse.“ [37, B XII] Wissenschaftliches Erkennen ist zugleich ein aktiver („hervorbringen“) Vorgang des Individuums, der empirische Einzelcharakter denkt hinein und konstruiert. Nur so kann das Neue entstehen.

1.6.2 Die Spontaneität der Einbildungskraft

Betrachten wir noch einmal das Kantsche Beispiel eines Dreiecks aus [37, B XI-XII]. Wie erkennt man, dass die Winkelsumme im Dreieck 180° beträgt? Dieses Resultat erkennt man weder in der gezeichneten Figur, denn diese ist immer ungenau, noch in dem Begriff des Dreiecks, denn dieser enthält die 180° nicht. Man muss konstruieren, man muss darauf kommen, eine bestimmte Linie unter unendlich vielen Linien zu ziehen, um dann mittels geeigneter Winkelreflexionen und -verschiebungen das Resultat zu beweisen. Die Beweisidee, entspringend der Spontaneität der Einbildungskraft, folgt nicht analytisch durch Zerlegen des Begriffs aus den Axiomen. Die Konstruktion ist „a priori hineingedacht“ in den Begriff des Dreiecks, sie entspringt nicht dem empirischen Dreieck, sondern man erkennt an (nicht aus) dem empirischen Dreieck etwas, was für alle Dreiecke gilt. Die Erkenntnis folgt

„durch das, was er [der Erkennende, A.I.] nach Begriffen selbst a priori hineingedachte und darstellte (durch Konstruktion)“ [37, B XII]. Diese Konstruktion müsse der Erkennende selbst hervorbringen. So wird die tätige produktive Einbildungskraft zur Arbeit am Begriff. Im Mythos steht dafür der ἔρως, siehe das *Symposion* in [46]. Diese Konstruktion ermöglicht synthetische Urteile a priori. Das, was an der Sache, am Gegenstand, a priori gilt, erkenne ich durch die Konstruktion. Das Apriorische ist nicht für sich zu bestimmen. Es wird erst erkannt, indem erkannt wird, daß das uns empirisch Gegebene nicht nur empirisch zu erkennen ist, die Erkenntnis notwendig ein nicht-empirisches Moment enthält.

Der Verstand ist, ganz im Gegensatz zur Auffassung des klassischen Realismus, nicht passiv kontemplativ, sondern tätige produktive Einbildungskraft, Spontaneität der Einbildungskraft; das Erkennen hat ein produktives Moment. Dieses produktive Moment ist dasjenige, was Platon im Mythos in der Form des ἔρως auszudrücken versucht hat.

Die Naturgesetze, auf die in Abschnitt 2.2 näher eingegangen wird, werden durch menschliche experimentelle Arbeit erkannt. Das bedeutet aber nicht, dass sie aus dieser Arbeit, den Experimenten, entspringen. Ebenso entspringt die Theorie der Mathematik nicht, sondern sie muss erschaffen werden. Diese Arbeit der Erkenntnis leistet der empirische Einzelcharakter, aber dieser ist beliebig, das Resultat ist dann Gattungswissen. Friedrich Schiller (1759-1805) drückt diese Erkenntnis in seiner akademischen Antrittsrede *Was heißt und zu welchem Ende studiert man Universalgeschichte?* aus mit den Worten: „Was einer im Reiche der Wahrheit erwirbt, hat er allen erworben.“ [54, Bd. II, S. 12] Die Spontaneität der Erkenntnis führt zur Erkenntnis für die Gattung Mensch, das Subjektive ist Moment.

Die Parallele zwischen der handwerklichen und geistigen Arbeit ist wie folgt: Was bei dem Handwerker der artistische Umgang mit dem Material ist, das ist bei dem Wissenschaftler die produktive Einbildungskraft.

Das produktive Moment der Erkenntnis bedeutet nicht, dass die Erkenntnis ein Willkürliches ist. Weder ist die Erkenntnis ein Abbild einer irgendwie gearteten „Wirklichkeit“; noch verfährt Erkenntnis nach dem „Modell Ostereier“ in dem Sinne, dass das Subjekt etwas Beliebiges in die Sache hineinlegt, welche sie dann in derselben Sache wiederfindet. Sondern: „Die Vernunft muß mit ihren Prinzipien [...] und mit dem Experiment, das sie nach jenen [Prinzipien, A.I.] ausdachte, [...] an die Natur herangehen, zwar um von ihr belehrt zu werden, aber nicht in der Qualität eines Schülers, der sich alles vorsagen läßt, [...] sondern eines bestallten Richters, der die Zeugen nötigt, auf die Fragen zu antworten, die er ihnen vorlegt.“ [37, B XIII]

In der Mathematik wird nicht ein Beliebiges ausgedacht, sondern es wird dasjenige erdacht, welches taugt, um das schon vorhandene Material zu begründen.

1.6.3 Die synthetischen Urteile a priori

Kant unterscheidet analytische und synthetische Urteile. Analytische (oder synonym Erläuterungs-) Urteile sind solche, bei denen „die Verknüpfung des Prädikates mit dem Subjekt durch Identität [...] gedacht wird. [...] Das Prädikat B [eines Urteils, A.I.] gehört zum Subjekt A als etwas, was in diesem Begriffe A (versteckterweise) enthalten ist" [37, B 10]. Kants klassisches Beispiel für ein analytisches Urteil ist: Alle Körper sind ausgedehnt. Das Prädikat ausgedehnt ist in dem Subjekt Körper enthalten.

Synthetische (oder synonym Erweiterungs-) Urteile sind solche, „in denen diese Verknüpfung [des Prädikats mit dem Subjekt] ohne Identität gedacht wird. [...] Das Prädikat B liegt ganz außer dem Begriff A, ob es zwar mit demselben in Verknüpfung steht" [37, B 10]. Für Kant ist klar: „Mathematische Urteile sind insgesamt synthetisch." [37, B 14] Diese Bestimmung ist problematisch, Hegel schreibt: „Es wird aber, wenn man diesen Unterschied [des analytischen und synthetischen Erkennens, A.I.] näher betrachtet, schwer sein, in ihm einen bestimmten Gedanken, vielweniger einen Begriff zu entdecken." [28, S. 316] Hier soll nicht die gesamte Problematik der analytischen und synthetischen Urteile thematisiert werden, sondern nur die wesentlichen Kantschen Bestimmungen bezüglich der Mathematik erörtert werden.

Konsistent ist die Bestimmung der analytischen Urteile bezüglich der Mathematik: Analytische Urteile sind solche, die den Begriff lediglich zergliedern. Wären mathematische Urteile analytisch, dann wäre die Mathematik tautologisch, es würde nichts Neues erkannt. Die Mathematik wäre ein „intellektueller Urknall": Das Material würde existieren, woher auch immer. „Man muß über diese Begriffe hinausgehen." [37, B 15] Mathematisches Erkennen bedeutet nach Abschnitt 1.6.1 und 1.6.2, dass in die mathematischen Gegenstände etwas a priori hineingedacht und dass durch die Konstruktion etwas Neues hervorgebracht wird. Hervorbringen und konstruieren bedeutet Synthesis. Also sind mathematische Urteile synthetisch, und weil die mathematischen Gegenstände keine empirischen Gegenstände sind, sind die mathematischen Urteile synthetisch a priori.

1.6.4 Das Schema

Die Ausführungen Kants zum Schematismus sind der Versuch, zwischen reinen Verstandesbegriffen und Anschauung oder zwischen Theorie und Praxis oder zwischen Vernunft und Natur zu vermitteln. Was ist die Anschauung eines Begriffs? Was ist eine Anschauung des Dreiecks oder des Banachraums? Es gibt ein Bild, welches ein Dreieck zeigt; aber dieses Bild erfasst nicht den Begriff des Dreiecks. Für den Banachraum kann man ohnehin kein Bild erstellen. Kant sagt: „Das Schema ist doch vom Bilde zu unterscheiden. [...] Diese Vorstellung nun von einem allgemeinen Verfahren der Einbildungskraft, einem Begriff sein Bild zu verschaffen, nenne ich das Schema zu diesem Begriffe.“ [37, B 179-180] Dem Bild liegt zugrunde der allgemeine Begriff. Das Schema ermöglicht das Erschaffen des Bildes, es liegt notwendig zugrunde. Fragt man weiter, woher dieses Vermögen des empirischen Einzelcharakters stammt, so antwortet Kant: Dem Schema liegt zugrunde „eine verborgene Kunst in den Tiefen der menschlichen Seele“ [37, B 180]. Wie der Einzelcharakter dazu in der Lage ist, das bleibt „verborgen“ und interessiert in erkenntnistheoretischer Hinsicht nicht. Nicht verborgen ist das Verhältnis von Schema und Bild. Das transzendentale Schema wird von Kant als Drittes verstanden, welches die Gleichartigkeit von Begriff und Vorstellung gewährleistet. „Das Bild ist ein Produkt des empirischen Vermögens der produktiven Einbildungskraft.“ [37, B 181] Das Vermögen ist empirisch, weil es sich auf Gegenstände oder Bilder von Gegenständen bezieht. Es ist ein produktives Denken nötig, um solche Bilder zu ermöglichen. Zusammenfassend: „Das Schema sinnlicher Begriffe [. . . , ist, A.I.] ein Produkt und gleichsam ein Monogramm der reinen Einbildungskraft a priori, wodurch und wonach die Bilder allererst möglich werden.“ [37, B 181] Die Einbildungskraft produziert das Schema und gleichzeitig ist das Schema die ausgezeichnete Eigenschaft der Einbildungskraft; durch das Schema ist die Einbildungskraft erst das, was sie ist.

1.7 Die Gegenstandsbereiche und das System von Wissen

Eine Wissenschaft von etwas muss einen bestimmbaren – gegen andere abgrenzbaren – Gegenstandsbereich haben, über den sie handelt. Durch unterschiedliche Gegenstandsbereiche wird die Wissenschaft in unterschiedliche Einzelwissenschaften unterteilt. Innerhalb des Gegenstandsbereichs einer Wissenschaft gibt es mannigfaltige einzelne Sachverhalte und über diese mannigfaltige einzelne Resultate unseres Erkennens. Diese in ihrer Gesamtheit machen die jeweilige Einzelwissenschaft aus. Die Einzelresultate sind so bezogen aufeinander, dass sie durch ihren inneren Zusammenhang ein konsistentes System von Wissen bilden. Eine Akkumulation von Einzelresultaten allein schafft nicht notwendig dieses System von Wissen. Insbesondere kann eine Wissenschaft nicht hergestellt werden durch einen äußerlichen Zusammenhang, indem lediglich Einzelresultate zu einem Begriff zusammengestellt werden. In diesem Sinne kann beispielsweise die sogenannte Medienwissenschaft nicht eine Wissenschaft sein, denn sie ist allein dadurch bestimmt, dass sie alles in Bezug zu den Medien stehende untersucht.

Eine Einzelwissenschaft entwickelt sich weiter durch die Akkumulation und Integration von Einzeluntersuchungen. Diese Entwicklung ist nur möglich auf Grundlage des vorhandenen Wissens, letzteres ist eine notwendige Voraussetzung. Interdisziplinäre Forschung zwischen Einzelwissenschaften kann für die jeweiligen Systeme der Einzelwissenschaften fruchtbar sein und dann gegebenenfalls zu einem neuen, umfassenderen System führen. „Resultat der Entwicklung einer Wissenschaft ist also nicht nur die Anhäufung einzelner Ergebnisse, sondern ein System des Wissens, in dem diese Ergebnisse untereinander zusammenhängen und das in jeder einzelnen Forschung partiell aktualisiert wird.“ [14, S. 12]

2 Die Einzelwissenschaften

Nach den Ausführungen zum Begriff der Wissenschaft in Kapitel 1 werden in diesem Kapitel die Einzelwissenschaften Philosophie, Mathematik, Naturwissenschaften, Technikwissenschaften und deren Zusammenhang untersucht.

2.1 Die Philosophie

2.1.1 Ihr Gegenstandsbereich

Der Gegenstandsbereich der Philosophie ist das Erkennen und das Wissen schlechthin. Der Philosophie ist eigen, dass ihre methodischen Werkzeuge mit dem Gegenstandsbereich zusammenfallen: Sie beweist mit den ersten Ursachen (i.e. den logischen Prinzipien, die zugrunde liegen) die ersten Ursachen (i.e. die logischen Prinzipien, ohne die nicht gedacht werden kann). Der Grund (erste Ursachen) und der Gegenstand (Ziel der Wissenschaft) fallen zusammen. Aristoteles hatte dies erkannt: „Durch diese [Methoden, A.I.] und aus diesen [Prinzipien, A.I.] wird das andere erkannt, nicht aber sie [die Philosophie, A.I.] aus dem Untergeordneten.“ [3, 982b2 ff.] Durch die Prinzipien wird erkannt, sie sind die Grundlage für die Methode des Erkennens; aus den Prinzipien wird erkannt, sie sind das Zugrundeliegende, worauf die Methode geht. Erkannt wird eben diese Grundlage und diese Methode. Damit fallen Methoden, Zugrundeliegendes und Gegenstand des Erkennens zusammen. Anders ausgedrückt: Die Philosophie denkt nach über das Denken selbst. Spezieller für die Logik ausgedrückt: Der logische Schluss als Resultat ist nur logisch (methodisch) aus logischen Grundlagen (Prinzipien) herzuleiten. Die Erkenntnis der philosophischen Gegenstände hängt nicht ab von einer ihr logisch vor- oder untergeordneten Wissenschaft, sondern der Gegenstandsbereich der Philosophie fällt zusammen mit den Methoden und den Prinzipien.

2.1.2 Die Reflexivität der Philosophie

Die Philosophie ist „allein um ihrer selbst willen“ [3, 982b26]; sie ist die einzige Wissenschaft, in der Methoden und Prinzipien zusammenfallen. In methodischer Hinsicht stellt sie die logischen Werkzeuge und deren Tragweite bereit; in erkenntnistheoretischer Hinsicht erforscht sie das Sein als Seiendes, welches Grundlage jeder Einzelwissenschaft ist. Weil Methoden und Prinzipien zusammenfallen, ist die Philosophie zweifach und einfach zugleich, sie ist reflexiv; siehe auch Abschnitt 3.4. Die Philosophie ist nicht bedingt durch andere Wissenschaften, allerdings ist sie auch nicht losgelöst von allen anderen, sondern sie bedingt alle anderen Einzelwissenschaften. Sie behandelt beispielsweise den Satz vom zu vermeidenden Widerspruch und tertium non datur; diese logischen Werkzeuge liegen notwendig allen anderen Einzelwissenschaften zugrunde. Deswegen könnte man auch sagen, dass die Philosophie streng genommen gar keine Einzelwissenschaft ist, denn sie behandelt das für alle Einzelwissenschaften Gemeinsame.

2.1.3 Der aristotelische Freiheitsbegriff

Nach Aristoteles ist die Philosophie „als allein unter allen frei; denn sie allein ist um ihrer selbst willen“ [3, 982b26]. Er setzt Reflexivität und Freiheit gleich; das ist der aristotelische Freiheitsbegriff. Aber – wie später Kant und Hegel kritisieren werden – die Reflexivität pur, nämlich das Denken des Denkens, ist leer. Oder anders ausgedrückt: das Denken für sich ist leer. Richtig am aristotelischen Freiheitsbegriff ist, dass die Wissenschaft oder die Philosophie nicht bestimmt ist durch anderes. Aber das wäre Freiheit im weitesten Sinne, nämlich so zu handeln, wie man will, das alleine macht Freiheit nicht aus. Die Freiheit im engeren Sinne wird in Abschnitt 3.3 behandelt.

2.2 Die Naturwissenschaften

2.2.1 Die Gegenstandsbereiche der Naturwissenschaften

Die Physik untersucht die materiellen und energetischen Verhältnisse der Körper; die Chemie untersucht die Zusammensetzung und die Reaktionen der Stoffe; die Biologie untersucht das Leben und die Lebewesen.

Die Gegenstände der Naturwissenschaften fallen nicht mit den unmittelbar in der Natur gegebenen Gegenstände zusammen. Diese vorfindlichen Gegenstände sind veränderlich, nicht mit sich identisch und damit nicht so einfach auf den Begriff zu bringen. Die Gegenstände der Wissenschaft hingegen müssen identische Gegenstände sein, sonst wären notwendige und allgemeingültige Aussagen nicht möglich. Peter Bulthaup (1934-2004) betont die Notwendigkeit von experimenteller Arbeit, die aus den unmittelbar gegebenen Naturgegenständen und deren universellen Zusammenhängen die besonderen, auf partikulare Zusammenhänge reduzierte Gegenstände der Naturwissenschaften herauspräpariert: „Aus dem empirisch Gegebenen das Reproduzierbare herauszuarbeiten, [darin] besteht gerade die wissenschaftliche Anstrengung.“ [14, S. 10] „Weil die Naturwissenschaften nicht einen identischen Gegenstand, die Natur, haben, sondern eine Vielzahl von partikularen Gegenständen, [wurden sie] aus dem Naturzusammenhang isoliert.“ [14, S. 9] Diese Arbeit des Isolierens markiert den Zusammenhang von Gegenständen der Naturwissenschaften und Gegenständen der Natur: Die Gegenstände der Naturwissenschaften sind nicht Naturgegenstände, aber sie sind bezogen auf Gegenstände der Natur, insofern als sie aus diesen durch experimentelle Arbeit hervorgebracht werden.

2.2.2 Die Kopernikanische Wende

Die Kopernikanische Wende haben wir in Abschnitt 1.6 in philosophischer Hinsicht ausgeführt. In den Naturwissenschaften ist die Kopernikanische Wende zugleich der Beginn der Naturwissenschaften; vergleiche Abschnitt 5.4. Kopernikus (1473-1543) überwindet das aristotelische Weltbild, indem er – im Unterschied zu seinen Vorgängern – nicht die Erscheinungen für das Wahre nimmt, sondern den den Erscheinungen zugrundeliegenden Prozess sucht. Kepler (1571-1639) sagt, dass „die Natur in den Lettern der Mathematik geschrieben“ sei; das ist die Kopernikanische Wende in den Naturwissenschaften. Zwar ist dieses Weltbild verglichen mit dem aristotelischen ein wesentlicher Fortschritt, aber es wird fälschlich unterstellt, dass der Mensch bloß die Natur zu betrachten brauchte, um mit seinem verwandten mathematischen Geist die mathematische Struktur der Natur wiederzuerkennen. Salopp gesprochen: Der Mensch findet in der Natur die quasi dinglichen Naturgesetze auf. So ist es aber nicht. Vielmehr produziert der Mensch diese Gesetze und muss dann als bestallter Richter die Natur nötigen, ihm seine Fragen zu beantworten; vergleiche Kant [37, B XIII]. Wir kommen in Abschnitt 5.4 darauf zurück.

2.2.3 Die Geltung der Naturgesetze

Die Inhalte der Naturwissenschaften sind die Naturgesetze; sie gelten mit Notwendigkeit und Allgemeinheit. Das Fallgesetz $s = \frac{g}{2}t^2$ zum Beispiel, welches den zurückgelegten Weg in Abhängigkeit der Zeit beschreibt, gilt notwendig und ohne Ausnahme und gilt allgemein für jeden Körper unter zum Gesetz gehörigen Nebenbedingungen. Die Geltung ist unabhängig davon, ob das Naturgesetz erkannt wird oder nicht. Allerdings gilt ein Naturgesetz nicht für die Natur schlechthin oder für den Gesamtzusammenhang der Natur, sondern für (durch experimentelle Arbeit) isolierte partikulare Naturzusammenhänge: „Nur wenn aus dem universalen Zusammenhang ein partikularer isoliert wird, können aus dem allgemeinen Naturgesetz realisierbare Modelle konstruiert werden, nur unter der Voraussetzung der Isolierung von den universellen Zusammenhang läßt die universale Gesetzmäßigkeit sich bestimmen.“ [14, S. 40] Im Beispiel: $s = \frac{g}{2}t^2$ gilt für ein durch experimentelle Arbeit isoliertes System (fallende Körper im Vakuum) und nicht generell für alle in der Natur fallende Körper; die Formulierung des Gesetzes ist an Nebenbedingungen gebunden.

2.2.4 Die Herrschaft über die Natur

Schon in der Antike nutzte man – wenn auch in Unkenntnis der Naturgesetze – die Naturkräfte im Dienste des Menschen. Durch sinnreiche Mechanismen wurden die Naturkräfte so kombiniert, dass damit der Zweck des Menschen, wie zum Beispiel der Dienst der Naturkräfte in der Produktion, realisiert werden konnte. Beispielsweise wurde das Rad oder die Mühle zum Antrieb genutzt. „Herrschaft über die Natur“ ist nur möglich, indem die Naturgesetze ausgenutzt werden; eine Veränderung der Naturgesetze ist nicht möglich. Anders ausgedrückt: Die Natur ist nicht durch den Menschen herstellbar, zerstörbar durch den Menschen ist sie sehr wohl. Der Mensch ist zwar Teil der Natur, er kann sich dieser aber (durch seine Intelligenz und die damit entwickelten Werkzeuge) als äußerliche Natur entgegenstellen und sie bearbeiten: „An seinen Werkzeugen besitzt der Mensch die Macht über die äusserliche Natur, wenn er auch nach seinen Zwecken ihr vielmehr unterworfen ist.“ [28, S. 256]

2.3 Die Mathematik

2.3.1 Der Gegenstandsbereich der Mathematik

Der Gegenstandsbereich der Mathematik besteht aus Zahlen, Größen, Verhältnissen und Strukturen; „From Antiquity mathematics has focused on the concepts of number, magnitude, order and form.“ [55] Die Zahlen sind nicht identisch mit dem Denken, die Gegenstände der Mathematik unterscheiden sich vom Denken. Damit ist die Mathematik – im Gegensatz zur Philosophie – nicht reflexiv. Zwar sind die Gegenstände der Mathematik ideelle – das müssen sie als Gegenstände einer Wissenschaft sein –, aber sie haben nicht notwendig wie die Gegenstände der Naturwissenschaften einen (vermittelten) Bezug zu sinnlich wahrnehmbaren Körpern; letzteres ist in Abschnitt 2.2.1 gezeigt. Die Mathematik nimmt eine Zwischenstellung zwischen der Philosophie und den Naturwissenschaften ein. Hinsichtlich des Bezuges zur Natur gilt die Ordnung: Philosophie – Mathematik – Naturwissenschaften.

Eine weitere Unterscheidung in reine und angewandte Mathematik werden wir in Abschnitt 4.2 ausführen.

2.3.2 Der Unterschied von Philosophie und Mathematik

Anknüpfend an die Kantschen Bestimmungen zur Mathematik, wie in den Abschnitten 1.6.1 und 1.6.3 ausgeführt, wird in der Transzendentalen Methodenlehre der *Kritik der reinen Vernunft* der wesentliche Unterschied zwischen Philosophie und Mathematik weitergeführt: „Der wesentliche Unterschied dieser beiden Arten der Vernunfterkenntnis [der philosophischen und der mathematischen, A.I.] [. . .] beruht nicht auf dem Unterschied ihrer Materie, oder Gegenstände.“ [37, B 742] Dass Philosophie und Mathematik sich wegen ihrer unterschiedlichen Gegenstandsbereiche unterscheiden, das ist ohnehin klar. Scharf kritisiert Kant die Auffassung, dass Philosophie Qualität und Mathematik Quantität zum Objekt haben; das wäre eine Vertauschung von Ursache und Wirkung. [37, B 742] Sondern „die p h i l o s o p h i s c h e Erkenntnis ist die V e r n u n f t e r k e n n t n i s a u s B e g r i f f e n, die mathematische [Erkenntnis ist die Vernunfterkenntnis, A.I.] aus der K o n s t r u k t i o n der Begriffe“ [37, B 741]. Der Gegenstand des Mathematikers ist ein mathematischer Begriff und diesem ist eigen, dass er konstruiert werden muss, d.h.

„die ihm korrespondierende Anschauung a priori darstellen“ [37, B 741]. Der Mathematiker „soll […] über Eigenschaften, die in diesem Begriffe nicht liegen, aber doch zu ihm gehören, hinausgehen“ [37, B 746]. Das, was an der Sache, am Gegenstand, notwendig und allgemein gilt, erkennt der Mathematiker durch die Konstruktion. Der Begriff des Dreiecks wird nicht zergliedert, um zu folgern, dass die Winkelsumme 180° beträgt, sondern „der Begriff […] läßt sich konstruieren, d.i. a priori in der Anschauung darlegen“ [37, B 743]. Der Begriff wird in der Anschauung (Einheit von Gegenstand und Erkenntnis), im Denken durch Begriffe, dargestellt oder konstruiert.

Im Unterschied dazu der Vernunftkünstler Philosoph, der „*wohl durch* ihn [den Begriff, A.I.] synthetisch und a priori urteilen [kann, A.I.], aber nur diskursiv, nach *Begriffen*“ [37, B 748]. Während der Vernunftkünstler Mathematiker „intuitiv durch die Konstruktion des Begriffes [urteilt, A.I.]“ [37, B 748].

Mittels des Schematismus vermittelt Kant Anschauung und Begriff in der Konstruktion: „Daß ich meinen Gegenstand nach den Bedingungen […] der reinen Anschauung bestimme. […, Das] ist die mathematische […] Konstruktion, vermittelst deren ich in einer reinen Anschauung […] das Mannigfaltige, was zu dem Schema eines Triangels überhaupt, mithin zu seinem Begriffe gehört, hinzusetze, wodurch allerdings allgemeine synthetische Sätze *konstruiert* werden müssen.“ [37, B 746] Siehe Abschnitt 1.6.4.

2.4 Die Technik

Der Begriff τέχνη wurde in Abschnitt 1.1 entwickelt. τέχνη ist die Herstellung von Gegenständen; diese heißen dann technische Gegenstände, wie zum Beispiel Werkzeuge oder Maschinen. Nach Aristoteles [3, Kap. I.1] ist die durch den Handwerker hergestellte Beziehung zwischen τέχνη und Natur ahnungslos und artistisch ist: Ahnungslos, weil der Handwerker nicht um die Ursachen weiß; artistisch, weil der Handwerker mit seiner Erfahrung die Natur überlistet. List ist, den Hebel auszunutzen, ohne das Hebelgesetz zu kennen. Es hat immer wieder Versuche gegeben, diese List über längere Zeit geheim zu halten (wie beispielsweise das Arkanum zur Herstellung von Porzellan) oder durch Patente zu sichern. Ein erster Versuch, das handwerkliche Können und technische Prozesse zu dokumentieren, war das 1747 von d'Alembert und Diderot begonnene Unternehmen einer Enzyklopädie. Das Ziel der Technikwissenschaften ist, die Ahnungslosigkeit weitgehend aufzuheben und das artistische durch ein standardisiertes Verfahren zu ersetzen. Zwischen Naturwissenschaft und Technik – jene die Wissenschaft von der Natur, diese die „Überlistung der Natur“ – vermitteln Technikwissenschaften und Technologie.

2.5 Die Technik- oder Ingenieurwissenschaften

Die Gegenstände der Technikwissenschaften (oder synonym der Ingenieurwissenschaften) sind nicht die technischen Gegenstände. Wie schon zu den Gegenständen der Naturwissenschaften in Abschnitt 2.2 ausgeführt, müssen die Gegenstände der Wissenschaft identische Gegenstände sein, und das sind vorfindliche, einzelne technischen Geräte nicht. Es kommt darauf an, aus den empirisch gegebenen technischen Gegenständen das Reproduzierbare, das Identische herauszuarbeiten, um einzelne empirische Gegenstände oder Prozesse zu konstruieren oder zu bauen.

Im Unterschied zu den Naturwissenschaften ist der Zweck der Technikwissenschaften ein funktionierendes technisches Gerät oder ein Prozess. Einen solchen Zweck gibt es nicht in den Naturwissenschaften. Funktionieren bedeutet für die letzteren, dass die theoretischen Ergebnisse in einem Experiment realisierbar sind. Die Technikwissenschaft geht einen Schritt weiter, es muss nicht nur ein funktionierender Prototyp realisiert werden, sondern zahlreiche technische Geräte und Prozesse müssen funktionieren. Die wissenschaftliche Grundlage eines technischen Gerätes in seiner Notwendigkeit und Allgemeinheit muss soweit durchdrungen sein, dass Methoden, Geräte, Verfahren und Prozesse entwickelt werden, die zur tatsächlichen Bearbeitung der Natur verlässlich sind. Das ist nicht nur Analyse der Wirklichkeit, sondern Eingriff in die Wirklichkeit durch den Bau neuer Geräte.

Im Unterschied zum aristotelischen Handwerker, der ohne die fundamentalen Prinzipien auch nur zu ahnen mittels seiner akkumulierten Erfahrung die Natur zwar überlistet, aber von ihr keinen allgemeinen Begriff besitzt (siehe [3, 981a]), ist die Kenntnis der Naturgesetze und die der Mathematik wesentlich für die Technikwissenschaften. Diese Kenntnis ist notwendig für die Notwendigkeit und Allgemeingültigkeit des Funktionierens der Geräte und Prozesse, und damit ist dann das Funktionieren gewährleistet – analog zu der Reproduzierbarkeit des naturwissenschaftlichen Experiments, vergleiche Abschnitt 2.2.3 – nur unter strikter Einhaltung der Randbedingungen der Naturgesetze, identischer Konstruktion und gleichem Bau. Der Technikwissenschaftler geht auf das Allgemeine, er gibt ein standardisiertes Verfahren oder einen Prozess an.

Damit ist die Erfahrung des Handwerkers und sein artistisches Verhältnis zum Material im Hegelschen Sinne aufgehoben: Die Erfahrung ist aufbewahrt, weil die Funktion verstanden wird; das artistische Vorgehen ist vernichtet, weil der Prozess nicht mehr von Erfahrung abhängig ist, sondern standardisiert ist.

2.6 Technologie versus Wissenschaft

Betrachten wir vorweg die historische Entwicklung des Begriffs Technologie, der in den vergangenen zweitausend Jahren unterschiedlich belegt worden ist; siehe den Beitrag *Technologie* von Stephan Meier-Oeser in [23, S. 958-962]. Die Bedeutung änderte sich mit der Entwicklung der Produktivkräfte. Seit dem 18. Jahrhundert ist Technologie die Lehre von materiellen Produkten. Christian Wolff (1679-1754) verstand 1728 unter Technologie die „Wissenschaft [genauer wäre „Lehre“, A.I.] dessen, was von den Menschen durch das Werk der Organe des Körpers, insbesondere der Hände, hergestellt wird“; im 20. Jahrhundert war Technologie die „Lehre von technischen Verfahren bei der Herstellung von Produkten“; und H. Lenk definierte sie 1971 als „methodisch-rationales Verfahren der Systemsteuerung“ und „einer optimalen beziehungsweise optimierenden Organisation zielgerichteter Transformationsprozesse“. Im *Universal-Lexikon* heißt es unter dem Stichwort „Schlüsseltechnologien“: „Industriell verwertbare technische Fähigkeiten und Möglichkeiten, oft auf der Grundlage neuer wissenschaftlicher Erkenntnisse, sowie innovative Produkte und Fertigungsmethoden, [...] Als Schlüsseltechnologien eingestufte Technologien sind daher bevorzugter Gegenstand industrieller Forschung und staatlicher Förderung.“

Die Verwendung des Begriffs Technologie als Wissenschaft war und ist uneinheitlich. In der vorliegenden Arbeit werden Technikwissenschaften und Technologie nicht univok verwendet. Wir legen unsere verwendete Bedeutung des Begriffs fest: Technologie ist keine Wissenschaft. Als Indiz, keineswegs als Argument, gilt, dass es Technologie als Studienfach nicht gibt. In der Technologie werden die in den Einzelwissenschaften entwickelten Methoden und Erkenntnisse benutzt und kombiniert, um die allgemeinen Voraussetzungen für technische Anwendungen zu liefern. Zu dieser Kombination sind Systematik und Kreativität notwendig, es wird etwas Neues geschaffen, es werden synthetische Urteile gefällt, aber synthetische Urteile allein qualifizieren nicht notwendig zur Wissenschaft. Während bei den Technikwissenschaften das Funktionieren der empirischen Geräte und Prozesse ebenso wichtig ist wie das wissenschaftliche Verständnis für dieses Funktionieren, ist diese Relation bei der Technologie eine andere: das wissenschaftliche Verständnis ist untergeordnet. Zwar ist für jede Technologie eine breite Kenntnis von avancierten Methoden der Mathematik und der Technikwissenschaften notwendig, aber ein Verständnis der Methoden ist nur insoweit gefragt, wie es zur Anwendung nötig ist.

Bis einschließlich zur Manufakturperiode ist das Werkzeug das Mittel zur Bearbeitung der Natur im Dienst des Menschen, und dieses Werkzeug wird vom Handwerker bedient, ohne die fundamentalen Prinzipien seiner Tätigkeit auch nur zu ahnen. Nach der industriellen Revolution wird das Werkzeug von Maschinen, Prozessen und Computern abgelöst, die ebenfalls Mittel zur Bearbeitung der Natur im Dienst des Menschen sind. Für das Verhältnis des Anteils von Methodischen und produktiver Einbildungskraft bei der wissenschaftlichen Arbeit konstatiert Peter Bulthaup 1973: „Durch Arbeitsteilung und Akkumulation, die als Spezialisierung und als immer größerer technischer Aufwand erscheinen, überwiegt der Anteil des Erlernbaren, Methodischen [...] immer mehr die produktive Einbildungskraft.“ [14, S. 14]

3 Die Attribute und die Einteilung der Wissenschaften

In diesem Kapitel wird der Begriff Wissenschaft hinsichtlich Selbstbewusstsein, Reflexivität, Autonomie und Freiheit untersucht.

3.1 Das materiale Moment der Wissenschaft/Freiheit

Der aristotelische Freiheitsbegriff laboriert daran, dass er als reine Reflexivität bestimmt ist. Das Denken des Denkens ist bei sich, es ist eine Selbstbewegung des Gedankens, der immer nur sich selbst – den reinen Gedanken – denkt. Dann ist das Denken oder die aristotelische Freiheit leer. Wie wird das Denken wirklich? Nach Kant muss es sich auf ein Material beziehen, das selbst nicht reine Reflexivität ist. Die Philosophie muss beantworten können, wie der „aus krummem Holz geschnitzte Mensch" die Welt erkennt; was ist Freiheit und wie ist sie für die empirischen sinnlichen Menschen möglich? Die Mathematik behandelt Größen und Strukturen, wie kann der Mensch solche objektiven, nicht-empirischen Strukturen erkennen? Kant erkennt, dass, um menschliche Freiheit bestimmen zu könnnen, zu dem aristotelischen Begriff der Freiheit ein materiales Moment hinzukommen muss.

3.2 Descartes: Das Selbstbewusstsein

Auf dem Wege zu einem konkreteren Freiheitsbegriff ist die Bestimmung des Selbstbewusstseins wesentlich. Das hat Descartes (1596-1659) geleistet, indem er das Selbstbewusstsein als logische Form des radikalen Zweifels entdeckt: „Ego cogito, ego sum." [16, Teil I, Abschnitt 7] Das ego in „ego cogito" ist das grammatikalische Subjekt; das ego in „ego sum" ist das grammatikalische Objekt. Urteilendes Subjekt und Objekt des Urteils sind verschieden und sind gleich; Subjekt und Objekt sind verschieden und sind gleich; Bewusstsein und Gegenstand des Bewusstseins sind verschieden und sind gleich. Dieser Unterschied wird gedacht, er fällt ins Denken. Im Unterschied dazu beispielsweise das Sehen: Das Sehen ist nicht zu sehen. Wegen dieser doppelten Funktion des ego ist das Ich reflexiv, Descartes nennt es „denkendes Ding". Der Terminus „denkendes Ding" (res cogitans) ist mit Absicht widersprechend gewählt: Das Ich ist sowohl ein Ding als auch ein Denkendes. Descartes Schlussfolgerung ist „cogito ergo sum". Die oft genannte Übersetzung „ich denke, also bin ich" ist falsch, aus dem Denken folgt keine Existenz. Beispielsweise lässt die Feststellung „ich sehe“ nicht den Schluss auf die Existenz des Ich zu. Nur wegen der Reflexivität ist der Schluss der Existenz zulässig. Deshalb lautet die korrekte Übersetzung: „Ich denke, dass ich denke, also bin ich.“ Selbstbewusstsein ist nach Descartes die Erkenntnis, dass das Denken in „ego cogito, ego sum“ einen Unterschied des Ich feststellt, dieser Unterschied vom Ich festgestellt wird und im Ich stattfindet. Damit erkennt sich das Denken als Denkendes selbst, und genau das ist Selbstbewusstsein; es ist ein sich auf sich beziehendes Denken. Peter Bulthaup drückt das prägnant aus: „Das Denken kann sich den Unterschied von Denken und Gedachtem und damit mittelbar sich selbst zum Gegenstand machen. So wird es reflexiv.“ [15, S. 185]

Die Konsequenz dieses so konstituierten Ichs ist: Das Selbstbewusstsein ist das Vermögen zu denken. Das Denken setzt sich selbst, es ist insbesondere nicht bedingt durch anderes. Die Wissenschaft wird nicht bestimmt durch Zwecke, die ihr heteronom sind. Dieses Selbstbewusstsein ist eine notwendige Bedingung für die Freiheit. Diese Freiheit im weiteren Sinne, die Freiheit des Willens, ist dem Zwang entgegengesetzt. Aber die notwendige Bedingung erklärt nicht, wie der Mensch erkennen kann und wie das materiale Moment realisiert wird. Das Selbstbewusstsein ist noch nicht Freiheit.

3.3 Die Freiheit der Wissenschaften

Kant untersucht die Relation „Ursache – Wirkung“, um in der dritten Antinomie der *Kritik der reinen Vernunft* [37] das Problem der Freiheit zu untersuchen. Er verweist auf die Antinomie der folgenden Thesis und Antithesis. Thesis: „Es ist noch eine Kausalität durch Freiheit [. . .] anzunehmen notwendig.“ [37, B 472] Gäbe es diese nicht, sondern lediglich eine Kausalität nach Gesetzen der Natur, so wäre jedem Geschehen ein weiteres in der Zeit vorgeordnet und diese unendliche Kette hätte keinen Anfang. Somit kann Kausalität nach Gesetzen der Natur nicht die einzige sein und es gibt eine Kausalität durch Freiheit. Diese Idee der Freiheit kann noch Verschiedenes sein: Spontaneität Gottes, Spontaneität der Einbildungskraft, der freie Wille.

Im Widerspruch dazu lautet die Antithesis: „Es ist keine Freiheit, sondern alles in der Welt geschieht lediglich nach Gesetzen der Natur.“ [37, B 473] Gäbe es eine Freiheit, nach welcher eine Folge von Zuständen begänne, so fänge diese Freiheit selbst schlechthin an. Dies widerspräche aber der Kausalität nach Gesetzen der Natur, wo jede Wirkung eine Ursache haben muss.

Kants Überwindung – eine Auflösung ist nicht möglich – dieser Antinomie ist, dass es je nach Ursache zwei verschiedene Kausalitäten gibt: die „Kausalität durch Freiheit“ ist die intelligible Ursache einer Erscheinung, und die „Kausalität nach Gesetzen der Natur“ verknüpft die Erscheinung mit anderen in der Zeit. Damit entsteht das Problem, dass die intelligible Ursache – im Unterschied zu der nach Gesetzen der Natur – keine Ursache innerhalb der Erscheinungen hat, Ursache und Wirkung sind eminent verschieden. Kant führt weiter aus, dass die intelligible Ursache in „Kausalität durch Freiheit“ nicht Idee sein kann. Nach Kant sind die Ideen von der Vernunft hervorgebrachte regulative Prinzipien dieser selbst, und somit kann eine Idee nicht konstitutiv sein. Die Freiheit als Idee kann aber auch nicht regulativ sein, sonst wäre sie nicht bestimmende Ursache für das Handeln. Eine regulative Idee hat keinen ihr korrespondierenden Gegenstand in der Erfahrung. Ulrich Ruschig schreibt: „Konstitutiv darf Freiheit als Idee nicht sein, regulative Idee kann sie als die bestimmende Ursache für das Handeln nicht sein.“ [51, S. 2] Somit ist sie unbestimmt – so in Kants *Kritik der reinen Vernunft*.

3.4 Die Autonomie der Wissenschaften oder die Selbstgesetzgebung der Vernunft

In der *Kritik der praktischen Vernunft* [36] schließt Kant auf die Existenz eines Freiheitsvermögens, das durch die Idee der Freiheit und durch das moralische Gesetz bestimmt wird. Das Freiheitsvermögen, oder die intelligible Ursache des Handels, ist „Ding an sich“. Realisiert wird es durch den menschlichen Willen. Dieser ist autonom (insoweit erhält er das artistische Moment) und bezieht sich auf einen Zweck, auf ein Material. Er ist Zweck an sich selbst.

Die Natur produziert nicht das Erkennen ihrer eigenen Gesetze, sondern das eine (nicht für jeden empirischen Einzelcharakter ein verschiedenes) Selbstbewusstsein denkt „der Mensch ist Zweck an sich selbst“. Dieser Satz des menschlichen Bewusstseins ist bestimmend für den Willen, es ist damit eine Kausalität, diese Kausalität ist durch Freiheit. Der „Zweck an sich selbst zu sein“ ist mehr als die reine Reflexivität. Mit diesem Zweck ist die Freiheit des Willens auf das „Reich der Zwecke“ bezogen. Damit hat Freiheit ein materiales Moment.

Die Menschheit verfasst (konstituiert) die Naturgesetze, und eben das ist Kausalität durch Freiheit. Die Freiheit der Wissenschaften realisiert sich in ihren jeweiligen Gesetzen. Diese beweisen sich nicht von selbst; dass sie aber bewiesen werden, hat einen Grund, und der ist die intelligible Ursache analog zu Kants „Ding an sich“. Realisiert wird die Freiheit durch die Menschheit, indem diese die Resultate der Wissenschaften einerseits schafft und andererseits mit deren Hilfe vernünftige menschliche Zwecke verwirklicht.

Der Eristische Satz, wie in Abschnitt 1.5.1 ausgeführt, ist eine Aporie, weil es Wissenschaft gibt. Dieses materiale Argument benutzt auch Kant: Es gibt die Naturwissenschaften, und weil die Natur das Erkennen ihrer Gesetze nicht selbst produziert, gibt es die Freiheit der Naturwissenschaften. Ebenso gibt es Mathematik, und damit die Freiheit der Mathematik. Weiter ist im Erkennen von allgemeinen Zusammenhängen in einer Wissenschaft kein partikularer Nutzen gegeben. Sondern es wird ein allgemeines Gattungswissen produziert, und das ist eine Realisation der menschlichen Freiheit.

3.5 Die Rangordnung der Wissenschaften bezüglich des aristotelischen Freiheitsbegriffs

Aristoteles führt, wie in Abschnitt 1.1 ausgeführt, eine Rangordnung des Wissens bezüglich der Erkenntnisstufen ein, in der die Wissenschaft am höchsten steht und die sinnliche Wahrnehmung am tiefsten. Eine entgegengesetzte Rangordnung ergibt sich, wenn das Kriterium das Handeln die Tat ist: Da „Erfahrung Erkenntnis des Einzelnen ist" [3, 981a15], so treffen „die Erfahrenen [die Handwerker, A.I.] mehr das Richtige [. . .] als diejenigen [die Wissenschaftler, A.I.], die ohne Erfahrung nur den (allgemeinen) Begriff besitzen" [3, 981a13 ff.].

Diese zwei Rangordnungen lassen sich in analoger Weise auf die Einzelwissenschaften übertragen. Die Einzelwissenschaften lassen sich nach dem aristotelischen Freiheitsbegriff, „nicht um eines anderen willen" zu sein, anordnen. Die Philosophie denkt über das Denken nach, sie ist reflexiv; das ist das Ergebnis von Abschnitt 2.1.2. Auch wenn der Gegenstandsbereich jeder Naturwissenschaft nicht mit den entsprechenden Gegenständen der Natur zusammenfällt, so sind die Gegenstände der Naturwissenschaften grundsätzlich verschieden von den Gegenständen der Philosophie. Die Naturwissenschaften sind nicht reflexiv. Die Mathematik, deren ideelle Gegenstände sich nicht notwendig auf die Natur beziehen und auch nicht auf sich selbst, nimmt eine Mittelstellung zwischen Naturwissenschaften und Philosophie ein. Die Ingenieurwissenschaften haben technische Prozesse zum Gegenstand und benutzen die Ergebnisse der Naturwissenschaften und Mathematik. Insoweit hätten wir die Rangordnung bezüglich des aristotelischen Freiheitsbegriffs: Philosophie, Mathematik, Naturwissenschaften, Ingenieurwissenschaften.

3.6 Die Rangordnung der Wissenschaften bezüglich der Praxis

Die obige Rangordnung dreht sich um, wenn die Rangordnung bezüglich des Handelns auf die Einzelwissenschaften angewandt wird. Aristoteles schreibt zum Unterschied von Erfahrung und Wissenschaft: „Zum Zweck des Handelns steht die Erfahrung der Kunst nicht nach, vielmehr sehen wir, daß die Erfahrenen mehr das Richtige treffen als diejenigen, die ohne Erfahrung nur den (allgemeinen) Begriff besitzen." [3, 981a13 ff.] Der Wissenschaftler handelt in praktischen Dingen weniger effektiv als der Handwerker.
Aristoteles' Erkenntnisstufen hinsichtlich des erkenntnistheoretischen Fortschritts werden in ihrer Reihenfolge umgekehrt, wenn das Kriteriums der Praxis angewendet wird. Das lässt sich analog auf die Einzelwissenschaften übertragen. Anhand der Gegenstandsbereiche der Einzelwissenschaften kann verglichen werden, inwieweit die jeweilige Wissenschaft zur Bearbeitung der Naturgegenstände taugt. Die Philosophie taugt unter diesem Aspekt gar nicht. Die Mathematik ist zwar notwendig für den praktischen Eingriff in die Natur, aber

sie allein taugt dazu nicht. Die Technikwissenschaften zielen auf die Bearbeitung der Natur: „Handlungen und Entstehungen gehen auf das Einzelne.“ [3, 981a17] Wobei allerdings die Naturwissenschaften den Technikwissenschaften zugrunde liegen. Damit ergibt sich eine Rangordnung, die umgekehrt zu der in Abschnitt 3.5 verläuft: Ingenieurwissenschaften, Naturwissenschaften, Mathematik, Philosophie.

3.7 Theoretische und praktische Wissenschaften

Kant führt in seiner Vorrede zur *Kritik der reinen Vernunft* [37, B IX-X] die Unterscheidung von Wissenschaften in theoretische und praktische Erkenntnisse der Vernunft aus. Wissenschaft beinhaltet notwendig eine Erkenntnis, und diese ist unabhängig von aller Erfahrung, i.e. a priori. Die „Erkenntnis kann auf zweierlei Art auf ihren Gegenstand bezogen werden“: Die *theoretische Erkenntnis der Vernunft* bestimmt bloß den Gegenstand und seinen Begriff; die *praktische Erkenntnis der Vernunft* macht den Gegenstand wirklich. Letzteres zielt auf das Handeln ab, die *Kritik der praktischen Vernunft* behandelt die Ethik und das ethische Handeln. Kant betont, dass der Begriff, der in der theoretischen Erkenntnis bestimmt werden soll, „anderweitig gegeben werden muß“, die Begriffe werden nicht aus sich selbst geschaffen. Die Mathematik und ihre Begriffe sind bestimmt durch ihren Gegenstandsbereich. Mit dieser Unterscheidung kann man jetzt von theoretischer und praktischer Wissenschaft sprechen. Als Beispiele für theoretische Wissenschaften führt Kant auf: „M a t h e m a t i k und P h y s i k sind die beiden theoretischen Erkenntnisse der Vernunft, welche ihre O b j e k t e a priori bestimmen sollen.“ [37, B IX] Sowohl die Mathematik als auch die Physik vermögen nicht, „den Begriff wirklich zu machen“, sondern sie bestimmen den Gegenstand und dessen Begriff a priori.

3.8 Reine und nicht-reine Wissenschaften

Kant führt die Zergliederung in theoretische und praktische Wissenschaften weiter: Sowohl die theoretischen als auch die praktischen Wissenschaften haben einen reinen und einen nicht-reinen Teil. „Der *reine* Teil [ist] derjenige, darin Vernunft gänzlich a priori ihr Objekt bestimmt.“ [37, B X] Der *nicht-reine* Teil enthält neben reinen Teilen „dasjenige, was aus anderen Quellen kommt“ und damit vermengt ist. „Die Mathematik [ist] ganz rein“, die Physik „wenigstens zum Teil rein, dann aber auch nach Maßgabe anderer Erkenntnisquellen als der der Vernunft“ [37, B X]. Wenn auch, wie in Abschnitt 2.2 ausgeführt, der Gegenstandsbereich der Physik nicht identisch ist mit den Gegenständen der Natur, so ist dieser Gegenstandsbereich doch vermittelt mit den Gegenständen der Natur. Das ist eine andere Quelle, und deshalb ist die Physik nicht rein.

Den Begriff der angewandten Mathematik gab es für Kant nicht, der kam erst gegen Ende des 18. Jahrhunderts auf. In Abschnitt 4.2 und folgenden wird er aufbauend auf die hiesigen Kantschen Ausführungen entwickelt werden.

4 Die Mathematik

Nachdem in den ersten drei Kapiteln die Wissenschaften im Allgemeinen und im Besonderen erörtert wurden, wenden wir uns jetzt der Einzelwissenschaft Mathematik zu. Mittels Hegelscher Konzepte wird das Verhältnis von reiner und angewandter Mathematik geklärt als ein solches von konstitutiven Momenten in der Einheit Mathematik.

4.1 Anfang und Fortschritt in der Mathematik

In diesem Abschnitt geben wir zahlreiche Beispiele für die allgemeinen Ausführungen zur Aporie des Eristischen Satzes, zum Problem des Anfangs und zur Bewegung des Begriffs wie in den Abschnitten 1.5 und 1.6.4 allgemein ausgeführt. Der Anfang in der Mathematik ist ein anderer als der in der Philosophie: Zu dem Anfang der Philosophie gehört eine erkenntnistheoretische Entwicklung des Anfangs, ihre Gegenstände müssen begründet werden. Die Disziplinen der Einzelwissenschaft Mathematik setzen einen Gegenstandsbereich voraus; es wird gezeigt, was diese Gegenstände sind, aber deren Existenz wird nicht begründet. Eine Ausnahme macht eventuell die Logik, aber dieser Bereich der Logik ist eher der Philosophie zuzurechnen.

4.1.1 Mathematische Definitionen

Ein grundlegender mathematischer Begriff (wie beispielsweise die Stetigkeit) ist allein durch seine Definition keineswegs zu verstehen. Zwar ist die Definition nicht widersprüchlich, aber unverständlich. Erst beispielhafte Ausführungen, die zeigen, was aus der Definition entwickelt werden kann (z. B. der Zwischenwertsatz), führen zu einem Verständnis des Grundes der Definition, das logisch Erste wird verstanden durch das dem Gang des Erkennens nach Spätere.

Die historische Entwicklung des Begriffs der Stetigkeit zeigt, dass lange Zeit mit dem Material (stetige Funktionen) gearbeitet wurde, um später als Resultat zu entwickeln, was diesem Material logisch früher zugrunde liegt.

Ein weiteres Beispiel ist der Dedekindsche Schnitt: Die reellen Zahlen sind die Grundlage für den Großteil der Mathematik. Diese Grundlage wurde Jahrhunderte lang hingenommen, bis 1872 durch den Dedekindschen Schnitt die reellen Zahlen definiert werden konnten. Der Umgang mit dem mathematischen Material ist die Voraussetzung, um dessen Voraussetzung zu entwickeln. Das Material ist der Grund, um dessen Grundlage zu entwickeln. Und dieser kreisende

Prozess ist ohne Ende. Die reellen Zahlen werden nicht anders, aber tiefer verstanden, wenn man sie als Teilmenge der Nichtstandard-Zahlen versteht.

4.1.2 Eine Promotion

Die mathematische Promotion ist ein weiteres Beispiel für die Aporie des Anfangs wie in Abschnitt 1.5.3 allgemein ausgeführt. Das zu erarbeitende Resultat kennt man nicht, sonst wäre es eine Promotion nicht möglich; man kennt bestimmte mathematische Resultate und Methoden, aber man weiß nicht, wozu diese führen können. Diese Aporie zwischen Unwissen und Wissen wird praktisch dadurch überwunden, dass ein „erfahrener“ Betreuer ein „machbares Thema“ vorschlägt und der Doktorand zwischen den Polen bekannte Resultate und nicht bekanntes Ziel vermitteln muss. Je spezifischer das Thema gefasst ist und je besser man Methoden zur Bearbeitung angeben kann, desto eher ist das Projekt eine Masterarbeit und nicht eine Dissertation. Das Thema kann nicht Nichts sein, d.h. man muss ein Ziel angeben können, aber eben nur ungenau. Die Aufgabe des Doktoranden ist, eine neue Theorie oder ein neues Resultat zu erarbeiten. Das heißt dann bei Hegel: „Der Begriff [des begreifenden Denkens; A.I.] erzeugt sich in ihrem [der Wissenschaft; A.I.] Verlaufe.“ [27, S. 2] Die Theorie schafft ihre eigene Grundlage und hängt zugleich ab von dieser Grundlage. Ist dieser Prozess abgeschlossen – wenn man davon überhaupt sprechen kann –, so heißt es bei Bertolt Brecht: „Das Chaos ist aufgebraucht, es war die beste Zeit.“ [12, S. 89]

4.1.3 Das Unendlichkleine

Zur Zeit Hegels bezweifeln die Mathematiker die Gültigkeit der Differentialrechnung. Das Problem oder die Aporie sei anhand der Funktion $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$, illustriert. Es gilt für alle $dx \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und für alle $x \in \mathbb{R}$

$$\frac{\varphi(x + dx) - \varphi(x)}{dx} = 2x + dx.$$

Mit diesem Ausdruck ist die Steigung der Sekante durch $\varphi(x+dx)$ und $\varphi(x)$ an der Stelle x beschrieben. Das ist eine endliche Größe. Die Beziehung wird aporetisch, wenn $dx = 0$ gesetzt wird: Dann steht auf der linken Seite der unsinnige Ausdruck $\frac{0}{0}$; auf der rechten Seite steht $2x$, das ist die Steigung der Tangente an $\varphi(x)$. Zu dieser Fragestellung entwickelte sich im 18. und 19. Jahrhundert ein Streit unter den Mathematikern, zu dem Hegel sagte: Es ist „vornehmlich aber die Unvermögenheit [der Mathematiker, A.I.], den Gegenstand [der unendlichkleinen Größen, A.I.] als [dialektischen, A.I.] Begriff zu rechtfertigen, Schuld an den Anfechtungen [der Mathematik, A.I.]“ [27, S. 320].

Für Hegel ist die Differentialrechnung ein ausgezeichnetes Beispiel, um zu zeigen, dass ein solcher Begriff nur als Einheit von Momenten gefasst werden kann; die Momente $dx \neq 0$ und $dx = 0$ als isolierte widersprechen sich und führen nicht weiter. Erst in der Einheit bestehen sie „als verschwindende Größe d.h. solche, die nicht mehr irgend ein Quantum, aber auch nicht nichts, sondern noch eine Bestimmtheit gegen anderes sind“ [27, S. 321]. Hegel konnte erklären, warum das Unendlichkleine dx kleiner als jede gegebene Größe ist und gleichzeitig nicht Null ist; es ist keine Größe aber auch nicht Nichts; für detaillierte Ausführungen siehe [34]. Damit griff Hegel die Begründung der Nichtstandardanalysis, wie sie erst in der Mitte des 20. Jahrhunderts eingeführt wurde, vorweg. Darüber hinaus zeigt Harald Boehme [9], dass Hegel auch die Differentialrechnung Newtons im Detail rezipierte.

4.1.4 Der Anfang des Mathematikstudiums

Wie soll ein Student der Mathematik beurteilen, womit er sein Studium beginnen soll? Wegen seiner Unkenntnis der Mathematik kann er gar nicht sagen, womit anzufangen sei. Also muss er dem Wissenschaftsbetrieb sich anvertrauen, dem Angebot folgen; gerade mit dieser Haltung ist er aber unwissenschaftlich; Wissenschaft heißt, sich seines eigenen Verstandes zu bedienen und nicht der Bevormundung eines anderen zu folgen. Damit steckt der Student zu Anfang des Studiums in einer Aporie, die sich bei vielen Studenten in einer Orientierungslosigkeit ausdrückt. Praktisch wird die Aporie mit „Augen zu und durch“ überwunden, man lernt den Stoff, um erst viel später innermathematisch zu verstehen, warum der Stoff des Anfangs auch tatsächlich den Anfang ausmacht. Erst der „zweite Durchgang“ beispielsweise in Form der Betreuung von Übungsgruppen führt dazu, dass der Anfang, nun in Kenntnis des darauf aufbauenden Stoffes, als solcher weiter durchdrungen wird.

4.2 Reine und angewandte Mathematik

Was ist reine Mathematik und was ist angewandte Mathematik? Nicht wenige Mathematiker behaupten, dass es weder eine reine noch eine angewandte Mathematik gibt. Dem steht entgegen, dass diese Terminologie häufig verwendet wird; an vielen Universitäten gibt es ein „Institut für Angewandte Mathematik“ und es gibt Denominationen von Professuren für angewandte und für reine Mathematik. Auch Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716) sprach von „angewandter Mathematik“ [40, S. 7]. Die Sprache trügt nicht, sie verweist auf ein fundamentum in re.

Eine erste Unterscheidung von reiner und angewandter Mathematik versuchen wir im Kantschen Sinne. In Abschnitt 3.7 ist gezeigt, wie Kant die Wissenschaften in theoretische und praktische unterteilt. Sowohl die theoretischen als auch die praktischen Wissenschaften sind Wissenschaften, und deshalb sind ihre Erkenntnisse a priori – also unabhängig von jeglicher Erfahrung. In Abschnitt 3.8 ist weitergehend gezeigt, wie Kant die theoretische und praktische Wissenschaft unterteilt in jeweils reine und nicht-reine, wobei reine „Vernunft gänzlich a priori ihr Objekt bestimmt“ [37, B X], und in der nicht-reinen Vernunft die Objekte mit Objekten aus anderen Quellen vermengt sind. Zu dem Begriff rein vermerkt Kant an anderer Stelle: „Von den Erkenntnissen a priori heißen aber diejenigen rein, denen gar nichts Empirisches beigemischt ist.“ [37, B 3] Eine weitergehende Einordnung der Disziplinen einer Wissenschaft gab es zu Kants Zeiten nicht; die Mathematik nannte er „ganz rein“ [37, B X].

Das Kriterium der reinen Wissenschaft kann man analog auf jede Einzelwissenschaft anwenden. Wir führen es für die Mathematik frei nach Kant in Analogie zu [37, B X] aus: Die *reine Mathematik* ist diejenige, darin Vernunft gänzlich a priori ihre Objekte bestimmt, und diese Objekte sind Gegenstände der Mathematik, die keinen Bezug zu empirischen Gegenständen der Natur haben. Die *angewandte Mathematik* ist diejenige, darin Vernunft a priori ihre Objekte bestimmt, und diese Objekte kommen teilweise aus anderen nicht-mathematischen Quellen oder haben einen Bezug zu empirischen Gegenständen der Natur. Ein Unterschied zwischen reiner und angewandter Mathematik besteht nicht darin, wie ihre Objekte von der Vernunft bestimmt werden, denn beide Male gehören sie zur Mathematik, und diese zeichnet sich als Wissenschaft dadurch aus, dass ihre Objekte a priori von der Vernunft bestimmt werden. Sondern ein Unterschied zwischen reiner und angewandter Mathematik zeigt sich darin, ob ihre Objekte einen Bezug zu nicht-mathematischen Quellen aufweisen.

Beispielsweise gehört die Bestimmung des Volumens einer Kugel und deren Eigenschaften zur angewandten Mathematik, ihr Objekt ist kein sinnlich wahrnehmbarer Gegenstand, denn dieser kann als einzelner nicht Gegenstand einer Wissenschaft sein, aber ihr Objekt bezieht sich auf einen sinnlich wahrnehmbaren Gegenstand. Die Bestimmung der Primzahlen und deren Eigenschaften gehört zur reinen Mathematik, denn die Primzahlen sind gänzlich a priori durch die Vernunft bestimmt.

4.3 Weder ein Primat der reinen noch eines der angewandten Mathematik

Zum weiteren Verständnis des Verhältnisses von reiner und angewandter Mathematik verweilen wir bei Kant. Kants erster Satz in der *Kritik der reinen Vernunft* – und den ersten Satz eines solchen fundamentalen Werkes hat er mit besonderer Sorgfalt bestimmt – charakterisiert das Verhältnis von reiner und empirischer Erkenntnis: „Daß alle unsere Erkenntnis mit der Erfahrung [i.e. die Verarbeitung des rohen Stoffes sinnlicher Eindrücke zu einer Erkenntnis der Gegenstände, A.I.] anfange, daran ist gar kein Zweifel; [... aber ...] so entspringt sie darum doch nicht eben alle a u s der Erfahrung.“ [37, B 1] In Analogie lässt sich für die Mathematik formulieren: *Dass alle unsere Mathematik mit der praktischen Anwendung anfange, daran ist gar kein Zweifel; aber so entspringt sie darum doch nicht eben alle aus der Erfahrung.*

Mathematik besteht nicht in einer mechanistischen Abfolge vom praktischen Problem hin zum mathematischen Problem und weiter zur mathematischen Lösung und letztlich zur praktischen

Lösung. Aus dem praktischen Problem entspringt nicht das mathematische Problem oder gar die dazugehörige Mathematik. Umgekehrt ist Mathematik ohne Anregungen aus heteronomen Gebieten zwar im Prinzip möglich, aber historisch so nicht verlaufen. Historisch hat sich immer wieder gezeigt – wenn auch nicht notwendig, und wenn es auch Gegenbeispiele gibt –, dass entscheidende Impulse für rein mathematische Probleme aus den Anwendungen kamen. Die Palette der Anwendungen reicht von Problemen der theoretischen Physik (vielleicht der Klassiker für große Teile der Mathematik im 20. Jahrhundert), den anderen Naturwissenschaften, über Probleme der Naturwissenschaften bis hin zu Problemen der Technikwissenschaften.

4.4 Mathematik: Die Einheit ihrer Momente reine und angewandte Mathematik

Interpretiert man die in Abschnitt 4.2 entwickelte Unterscheidung von Mathematik in reine und angewandte Mathematik als isolierte und selbständige Pole, so ist dies eine falsche Abstraktion. Rein und angewandt sind unterschieden, aber deshalb ist das eine nicht von dem anderen isoliert, sondern die reine Mathematik bezieht sich auf die angewandte Mathematik und umgekehrt. Dies soll im Folgenden systematisch und historisch belegt werden.

Für jeden Gegenstand der reinen Mathematik lässt sich bei hinreichender Durchdringung des Gegenstandes ein Bezug zu einer nicht-mathematischen Quelle herstellen. Betrachtet sei beispielsweise die Zahlentheorie, eine Disziplin der Mathematik, von der Godefroy H. Hardy (1877-1947) überzeugt war, „daß sie direkt weder zur Ausbeutung noch zur Vernichtung von Menschen verwendet werden kann“; zitiert nach [56, S. 224]. Die Disziplin Zahlentheorie gehörte zum Zeitpunkt ihrer Entstehung zur reinen Mathematik; mit nicht-mathematischen Anwendungen stand sie in keinerlei Zusammenhang. „Die Saat der Wissenschaft kann weder gesät werden, noch wird sie gedeihen, wenn der gesellschaftliche Boden nicht durch ökonomische Aktivität in entsprechendem Maße darauf vorbereitet ist.“ [7, S. 806/7] Wenige Jahre später nach Hardys Entwicklung der Zahlentheorie waren seine Resultate fundamental für die Kodierungstheorie, welche von Bedeutung im zweiten Weltkrieg war und in jedem weiteren Krieg sein wird. Die Unterscheidung von angewandter und reiner Mathematik unterliegt, wie an diesem Beispiel demonstriert, einer zeitlichen Veränderung. Ein Gebiet der reinen Mathematik kann zur angewandten Mathematik werden.

Umgekehrt gilt ebenso: Betrachtet man einen Gegenstand der angewandten Mathematik, so kann man ihn bei hinreichender Durchdringung ausschließlich hinsichtlich seiner innermathematischen Struktur und Zusammenhänge analysieren. Der ehemalige Bezug zur nicht-mathematischen Quelle ist dann bezogen auf die Gesamtheit der Erkenntnisse über den Gegenstand verschwindend klein.

Reine und angewandte Mathematik

sind unterschiedene Pole der Mathematik, die als isolierte keinen Bestand haben. Sie sind fließend: Reine Mathematik geht in angewandte Mathematik über und umgekehrt. Gleichwohl haben sie Bestand als Teilgebiete der Mathematik, wenn sie als unselbständige Momente in der Einheit Mathematik verstanden werden. Als diese Momente konstituieren sie die Mathematik, und die Mathematik ist die Einheit der Momente reine und angewandte Mathematik.

4.5 Die Steuerung der mathematischen Forschung

Eine Steuerung der reinen oder der angewandte Mathematik von Seiten des Staates ist in dem engen Sinne, dass Ergebnisse vorgegeben werden, nicht möglich. Die Mathematik ist als Wissenschaft autonom, ebenso sind ihre Gebiete autonom – das ist in Abschnitt 3.4 gezeigt. Es gibt kein methodisch geregeltes Verfahren, um das Synthetische einer Beweisidee zu erzwingen. Es ist weder vorhersehbar, welche und wie viel reine Mathematik für die angewandte Mathematik nützlich ist, noch welche angewandte Mathematik die weiterführenden Impulse für die reine Mathematik liefert. Allerdings kann man gezielt Schwerpunkte innerhalb der reinen oder angewandten Mathematik durch Streichung oder Ausschreibung von Universitätslehrstühlen oder durch Drittmittel fördern. Damit gibt man nicht bestimmte Resultate vor, sondern beeinflusst Disziplinen insgesamt.

Wie lange diese Richtungsvorgaben dem Staat dienlich sind ist unklar: „Hype waves“ werden bedient, aber diese sind kurzlebig. In der Industrie verlässt man sich auf intensives Training der Anfänger, um so das aktuelle Spezialwissen sicher zu stellen. Was in den nächsten drei Jahren erfordert wird, ist nicht abzusehen. Siehe dazu die Ausführungen zur aktuellen Situation in Abschnitt 10.3.

4.6 Mathematische Anwendungen

Was sind mathematische Anwendungen? Es ist die Inbetriebnahme von Resultaten der angewandten Wissenschaften. Die mathematische Anwendung ist keine angewandte Mathematik, denn Mathematik steht adjektivisch im Terminus. Eine mathematische Anwendung ist eine Anwendung von Mathematik, und diese Anwendung von Resultaten der Mathematik untersteht einem Zweck. Beispielsweise kann der Zweck bei Anwendungen von Resultaten der Zahlentheorie die Bestimmung des kalendarischen Datums des Osterfestes sein oder auch die Verschlüsselung von Nachrichten wie im 2. Weltkrieg. Es gilt dann zu bestimmen, ob eine solche Anwendung moralisch geboten oder verboten ist. Dies wird im Abschnitt 5.9 „Die moralische Pflicht“ weiter ausgeführt.

Die wissenschaftliche Arbeit des Beweises eines Theorems ist, sobald der Beweis erbracht ist, im Theorem erloschen. Dann wird nur noch der Beweis dargestellt, aber nicht mehr erarbeitet. Deshalb sind Wissenschaft (wissenschaftliche Arbeit) und Resultate der Wissenschaften nicht in eins zu setzen.

5 Die Entstehung der angewandten Mathematik (1543-1794)

Die nachfolgenden drei Kapitel haben hauptsächlich einen historischen Charakter. Wir beschreiben die Entstehung der angewandten Mathematik im christlichen Europa und Mittelmeerraum. Die Zeitspanne ist stellvertretend gewählt, 1543 veröffentlichte Kopernikus *De Revolutionibus Orbium Coelestium* und 1794 wurde in Paris die École Polytechnique gegründet.

5.1 Die Wissenschaft im Mittelalter

Mit der Entstehung der Mathematik gab es auch angewandte Mathematik. Allerdings wurde in Abschnitt 1.2 gezeigt, dass die Mathematik in der Antike nicht aufgrund praktischer Probleme entstand, sondern umgekehrt war die Muße der Priester eine notwendige und nicht hinreichende Voraussetzung für die Entstehung der Mathematik. Bis zum Ausgang des Mittelalters blieben die mathematischen Anwendungen beschränkt auf elementare Rechnungen der Händler, Buchführung, ein wenig Navigation und auf die Erstellung des Kalenders, insbesondere die Bestimmung des Datums des Osterfestes; siehe dazu beispielsweise Dirk Jan Struik [56, Kap. 5]. Die Kulturzentren waren zu Beginn des Mittelalters fast ausschließlich Klöster. Die aufstrebenden Städte waren mit neuen Schichten verbunden; Juristen, Ärzte und Lehrer wollten besser ausgebildet sein. Auch Tuch- und Warenhändler und Notare hatten Ansprüche, welche von den Klosterschulen nicht befriedigt werden konnten. Die Kathedralschulen blühten, es wurden die ersten Universitäten gegründet: 1119 Bologna, 1160 Paris, 1167 Oxford, 1209 Cambridge, 1222 Padua, 1224 Neapel, 1227 Salamanca. „Die Rationalisierung der Verwaltungen, das Vordringen der Rechenhaftigkeit, die Organisation des Handels, die Entwicklung des Geldwesens, die Erfahrung in der Selbstverwaltung kommunaler Körperschaften und die selbständige Regelung von Rechtskonflikten“ [22, S. 207], das waren die Fähigkeiten, die von den Absolventen der Universitäten erwartet wurden. Trotzdem blieb das vornehmliche Ziel der Ausbildung das zur Geistlichkeit; das Studium der Heiligen Schrift wurde als eine notwendige Voraussetzung für die profanen Wissenschaften angesehen. Es gab von Seiten des Staates oder der Feudalherren kein systematisches Interesse an den Wissenschaften geschweige denn an der Mathematik.

5.2 Technische Erfindungen im Spätmittelalter

Im Spätmittelalter entwickelten Feudalherren und Staaten ein Interesse an der Wissenschaft, weil sie sich davon „brauchbare“ technische Erfindungen versprachen. Als prominentes Beispiel sei die Schiffahrt genannt; zum Beispiel waren Verbesserungen des Kompasses von Interesse für die Kriegs- und Handelsflotten. Um die Zuverlässigkeit und Effizienz der Eroberungsfahrten zu verstärken, durfte Heinrich der Seefahrer (1394-1460) eine Seefahrerschule an der Algarve errichten. Diese Schule trug bekannte Resultate der Nautik, Astronomie, Mathematik und des Schiffbaus zusammen; sie schuf keine eigenen Resultate. Es war typisch, dass der Staat in die Errichtung von Schulen Hoffnungen zur Verbesserung seiner Kriegs- und Handelsflotte setzte, und durchaus erfolgreich war wie im Falle Vasco da Gamas (1469-1524). Aber der Erfolg basiert auf die Akkumulation schon vorhandenen Wissens und nicht durch die Entwicklung wissenschaftlicher Resultate mit direkter Anwendung.

5.3 Die Akademien

„Bis weit über das Mittelalter hinaus waren Universitäten oftmals vorwiegend Schulen, in denen vor allem ‚gesichertes‘ Wissen vermittelt wurde. Ihre enge Bindung an die Ideologie der mittelalterlichen Kirche zog ihrem Wirken in der wissenschaftlichen Erkenntnis Grenzen.“ [24, S. 16] Die Funktion der Universitäten des Mittelalters, wie in Abschnitt 5.1 beschrieben, änderte sich in der Neuzeit. Weil die scholastischen Universitäten starr dem Studium der Heiligen Schrift und der Auslegung Aristoteles’ verschrieben waren, standen sie der neuen Experimentalphilosophie (i.e. der damalige Name für die aufkommenden Naturwissenschaften) hemmend entgegen; siehe auch Dirk J. Struik (1894-2000) [56, S. 113]. Die absolutistischen Staaten gründeten Akademien und Observatorien; die wesentlichen Neugründungen waren: 1560 Academia Secretorum Naturae in Neapel, 1603 Adademia dei Lincei in Rom, 1652 Academia Naturae Curiosum in Schweinfurt (die spätere Leopoldina in Halle), 1662 Royal Society in London, 1666 Académie des Sciences in Paris, 1700 Brandenburger Sozietät der Wissenschaften (die spätere Preußische Akademie der Wissenschaften), 1724 Petersburger Akademie der Wissenschaften; und die Sternwarten 1460 Regio montanus in Nürnberg, 1580 Uranienburg in Dänemark, 1672 Observatoire Royal in Paris, 1675 Royal Observatory in Greenwich, 1725 Petersburger Akademie, 1790 Sternwarte auf dem Seeberg bei Gotha.

Nicht unerheblich trug die Eitelkeit zur Gründung verschiedener Akademien bei: „Zugleich erfüllten die Akademien ein starkes Repräsentationsbedürfnis der Herrscher. Es galt geradezu als Maß der Stärke eines Staates, wie viel berühmte Gelehrte bei Hofe aufgeboten werden konnten.“ [57, S. 384] Aber der wesentliche Gesichtspunkt zur Gründung war, dass aufgeklärte Fürsten und Staatsmänner die Bedeutung wissenschaftlicher Einrichtungen für die Durchsetzung ihrer eigenen Pläne erkannten. Dies kommt in Robert Hookes (1635-1702) Entwurf für die Statuten der Royal Society von 1663 zum Ausdruck: „Gegenstand und Ziel der Royal Society ist es, die Kenntnisse von natürlichen Dingen, von allen nützlichen Künsten, Produktionsweisen, mechanischen Praktiken, Maschinen und Erfindungen durch Experimente zu verbessern – ohne sich in Theologie, Metaphysik, Moral, Politik, Grammatik, Rhetorik oder Logik einzumischen“; zitiert nach [10, S. 55/6]. Der Staat erwartete mehr Anwendungsbezug und erhoffte sich verwertbare wissenschaftliche Resultate für seine militärischen und ökonomischen Interessen. Allerdings wurden diese Hoffnungen nur selten erfüllt.

„Die wissenschaftliche Tätigkeit konzentrierte sich gewöhnlich im Umkreis von Akademien, unter denen die von Paris, Berlin und Petersburg hervorragten. Der Universitätsunterricht spielte demgegenüber eine geringe oder gar keine Rolle.“ [56, S. 125]

Die Grenzen zwischen den Schwerpunkten der Universitäten und der Akademien waren nicht fest; hilfreich ist aber die von Conrad Grau (1932-2000) getroffene grobe Unterteilung in „forschungsverbundene Lehre an den Universitäten und bildungsverbundene Forschung an den Akademien“ [24, S. 16]. Zu den Unterschieden unter den Akademien gehörte, dass für die Royal Society und die Académie Française die „utilitas“ bestimmend waren; für die Leopoldina die „curiositas“. Über die Zwecke der Académie des Sciences in Paris vermerkt Conrad Grau, dass diese „vor allem zur Nutzung der Naturwissenschaften für die Wirtschaft im Rahmen der merkantilistischen Politik 1666 gegründete [wurde]“ [24, S. 50]. Die Lehre der Mathematik und Naturwissenschaften an den Universitäten und Akademien hatte nur eine einzige Funktion: die Wissenschaftler für die Wissenschaft auszubilden.

Auch die Form der wissenschaftlichen Kommunikation änderte sich. Neben Büchern und Korrespondenzen trugen neugegründete wissenschaftliche Zeitschriften dazu bei, dass die wissenschaftlichen Ergebnisse allen Wissenschaftlern zugänglich waren. 1665 erschienen in Paris das *Journal des Sçavans* und in London die *Philosophical Transactions* der Royal Society. „Eine Zählung der neu gegründeten wissenschaftlichen Zeitschriften zwischen 1725 und der Jahrhundertwende hat 74 Titel ergeben.“ [57, S. 384]

Der Staat verfügte über die Forschungsanstalt, indem er sie finanzierte. Gleichwohl war der Staat von der direkten Verwertung der wissenschaftlichen Resultate weit entfernt. Im Gegenteil – die Akademien schufen dem Gelehrten einen Freiraum, wo er seinen eigenen wissenschaftlichen Interessen nachgehen konnte.

5.4 Die Kopernikanische Wende: das mechanistische Weltbild (1543-1687)

In der Periode der Mechanisierung des Weltbildes, beginnend mit Kopernikus' (1473-1543) *De Revolutionibus Orbium*

Coelestium (1543) und endend etwa mit Newtons (1643-1727) *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687), wurde die Mathematik wesentlich verändert. So schreibt Hans Wußing: „Vier Generationen von Männern haben die diese durchgreifende Wandlung vollzogen. [. . .] Ihre Leistungen und die ihrer Mitstreiter bewirkten eine gänzliche Umgestaltung der Mathematik, der Astronomie und der Mechanik, insbesondere der Dynamik, die recht eigentlich erst als wissenschaftliche Disziplin begründet wurde.“ [57, S. 379] Beispielsweise formulierte Galilei (1564-1642) das Fallgesetz, Kepler (1571-1630) entwickelte die Gesetze der Planetenbahnen, und Newton begründete die Mechanik.

Was ist neu an der Mechanisierung des Weltbildes? Technische Erfindungen im Spätmittelalter wurden im Sinne des aristotelischen Weltbildes eher als Überlistung der Natur denn als deren Ausnutzung verstanden. Die Kritik und Überwindung dieses Weltbildes wurde durch die „Kopernikanische Wende“ eingeleitet: Statt die Erscheinungen (zum Beispiel die Drehung der Sonne um die Erde) für das Wahre zu nehmen, konstruierte man einen den Erscheinungen zugrundeliegenden Prozess, der die Wahrnehmungen erzeugen sollte, der aber selbst nicht wahrnehmbar war. Grundlage für dieses sogenannte mechanistische Weltbild war das Selbstbewusstsein, wie von Descartes erkannt; siehe dazu Abschnitt 3.2. Falsch war das Weltbild, weil es nur das Kausalitätsprinzip, das Gesetz von der notwendigen Verknüpfung von Ursache und Wirkung, zuließ, Kausalität durch Freiheit aber ignorierte; siehe dazu Abschnitt 3.3. Gleichwohl führte das falsche Weltbild einer mechanisch funktionierenden Natur zusammen mit richtiger Kritik der aristotelischen Naturvorstellung zu den ersten Naturgesetzen.

5.5 Die angewandte Mathematik als Konstituens des mechanistischen Weltbildes

Eduard J. Dijksterhuis (1892-1965) fasst das Neue des mechanistischen Weltbildes prägnant zusammen: „Die Mechanisierung, die das Weltbild beim Übergange von antiker zu klassischer Naturwissenschaft erfahren hat, besteht in der Einführung einer Naturbeschreibung mittels mathematischer Begriffe der klassischen Mechanik.“ [18, S. 557] Auch wenn es Anwendungen der Mathematik gab, seit es Mathematik gab, so änderte sich in der Periode des mechanistischen Weltbildes der Charakter der angewandten Mathematik: Angewandte Mathematik wurde systematisch betrieben und naturwissenschaftliche Fragestellungen wurden mathematisch formuliert. Letzteres ist eine notwendige Voraussetzung, um naturwissenschaftliche Resultate, Naturgesetze, zu finden. Gerade dies ist typisch für die angewandte Mathematik, und die Naturwissenschaften sind notwendig auf die Mathematik verwiesen. Allerdings verblieb die angewandte Mathematik im Wesentlichen beschränkt auf naturwissenschaftliche Anwendungen, nämlich auch Mechanik und Astronomie.

5.6 Die reine Mathematik

Zeitverschoben zu der Periode des mechanistischen Weltbildes (1543-1687) gab es von 1620 bis 1740 die sogenannte „Mathematik der Rationalisierung“ [59, S. 149], in der die reine Mathematik wesentliche Fortschritte verzeichnete: Descartes’ analytische Geometrie, Fermats Zahlentheorie und insbesondere die Infinitesimalrechnung Newtons und Leibniz’. Letztere ist vielleicht die wichtigste Errungenschaft dieser Zeit, nämlich die Entdeckung der Differential- und Integralrechnung. Dabei ist die reine Mathematik eng mit der angewandten Mathematik verschränkt. Dass die neu entstandene angewandte Mathematik der Grund für die Fortschritte in der reinen Mathematik war, lässt sich nicht belegen. Dass es aber eine fruchtbare Wechselbeziehung zwischen reiner und angewandter Mathematik gab, das steht außer Zweifel. Felix Klein (1849-1925) sagt zu dieser Periode: „Im ganzen tritt [im 18. Jahrhundert, A.I.] aber doch die unabhängige Bearbeitung der reinen Mathematik zurück hinter den gewaltigen Schöpfungen, mit denen die reine und die angewandte im Bunde den Forderungen der Zeit gerecht werden.“ [39, S. 3] Historisch wird damit bestätigt, was in Abschnitt 4.2 über den Begriff der reinen und angewandten Mathematik entwickelt wurde: Sowohl reine als auch angewandte Mathematik sind unselbständige Momente, die nur in der Einheit Mathematik Bestand haben und weitergehend erst sie diese Einheit ausmachen.

5.7 Die Nützlichkeit der angewandten Mathematik

Die Probleme der Naturwissenschaften und der Mathematik im 16. bis 18. Jahrhundert waren zwar durch technische und insbesondere militärische Anwendungen motiviert (z. B. Pumpen im Bergbau, Pendeluhren, Ballistik), aber die Ergebnisse der angewandten Mathematik der Zeit taugten in ihrer Allgemeinheit nicht zur Lösung technischer Probleme. Die Navigation, insbesondere die Bestimmung des Längengrades, blieb ein zentrales Problem über die Jahrhunderte; siehe Jonathan Betts’ [8] spannende und detaillierte Darstellung: Nachdem am 22. Oktober 1707 die englische Flotte die französische vernichtet hatte, strandete sie selbst vor der englischen Küste, weil man den Längengrad nicht hat bestimmen können, und nahezu 2000 Seeleute ertranken. In England und anderen europäischen Ländern wurden immer wieder Preise zur Lösung des Problems Bestimmung des Längengrades ausgeschrieben. So wurden z. B. 20.000 englische Pfund (heutiger Wert etwa 3,5 Millionen Euro) vom britischen Parlament 1714 ausgeschrieben. Mit Christiaan Huygens’ (1629-1695) Beitrag *De Horologium Oscillatorium* war das Problem der exakten Uhr zwar schon 1673 gelöst, aber die Theorie konnte nicht praktisch umgesetzt werden. Das gelang erst 1775 dem Uhrmacher John Harrison (1693-1776), der ein äußerst präzises Chronometer baute, allerdings ohne die wissenschaftlichen Ergebnisse der Zeit zu nutzen.

Dies ist ein charakteristisches Beispiel, um das Unvermögen zu zeigen, die zur Verfügung stehenden wissenschaftlichen Theorien für praktische Zwecke anzuwenden.

Die Diskrepanz zwischen dem vorhandenen theoretischen Wissen und den praktischen Anwendungen dieser Resultate hatte einen systematischen Grund: „Voraussetzung der Reproduzierbarkeit [des naturwissenschaftlichen Experiments, A.I.] ist auf der Seite der Theorie das universal geltende, identische Naturgesetz, restringiert durch identische Randbedingungen, und auf der Seite des praktischen Eingriffs in den Naturzusammenhang die identische Versuchsanordnung.“ [14, S. 41] „Identische Versuchsanordnung“ erforderte sowohl technischen und als auch finanziellen Aufwand; jener war wegen der mangelnden Technik nicht ohne weiteres herzustellen, dieser wurde vom Staat nicht ausreichend beglichen. Gleichwohl finanzierte der Staat über die Akademien die Wissenschaften.

5.8 Die Abtrennung der Philosophie und die Entstehung der Einzelwissenschaften

Descartes' mathematisches Denken war durch Metaphysik und Theologie geprägt. Der Mathematiker der Neuzeit war ein Gelehrter, für den die Trennung zwischen Experimentalphilosophie, Mathematik und Philosophie nicht existierte, geschweige denn, dass es eine Trennung in reine und angewandte Mathematik gab. Im 17. und der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts kam es zur Abtrennung der Philosophie und zur Herausbildung der Einzelwissenschaften. Das obige Zitat von Robert Hooke belegt, dass diese Trennung bewusst vollzogen wurde, und ebenso schließt d'Alembert (1717-1783) in seiner mathematischen Physik bewusst metaphysische Aspekte aus. Ein Grund für die Entstehung der Einzelwissenschaften lag sicherlich in der Akkumulation von Resultaten, die ein einzelner Wissenschaftler immer weniger überblicken konnte. Der Grund für die Abgrenzung von der Philosophie war, dass letztere weithin durch das aristotelische Weltbild, geprägt war. Deswegen stand die Philosophie (und auch die Theologie) den aufkommenden Einzelwissenschaften hemmend gegenüber. Die Inquisition nahm Galileo Galilei (1564-1642) in seinen letzten zehn Lebensjahren in Gewahrsam. Allmählich aber mussten die Resultate der Experimentalphilosophie anerkannt werden. Mithin verschlechterte sich das Ansehen der Philosophie. So schrieb Immanuel Kant 1781: „Es war eine Zeit, in welcher sie [die Metaphysik, A.I.] die K ö n i g i n aller Wissenschaften genannt wurde. [...] Jetzt bringt es der Modeton des Zeitalters so mit sich, ihre alle Verachtung zu beweisen.“ [37, A VIII] Kants Absicht war die Herstellung der Metaphysik als Wissenschaft: „Die Bearbeitung der Erkenntnisse, die zum Vernunftgeschäfte gehören, [soll, A.I.] den sicheren Gang einer Wissenschaft gehe[n].“ [37, B VII] Die Trennung war ein für alle mal vollzogen. Die Mathematik hatte dabei Vorbildcharakter: „Die Mathematik gibt das glänzendste [(Superlativ), A.I.] Beispiel, einer sich, ohne Beihilfe der Erfahrung, von selbst glücklich erweiternden reinen Vernunft.“ [37, B 740] Kant will die Notwendigkeit von Philosophie aufzeigen und zugleich den Einzelwissenschaften das Feld ihrer Untersuchungen lassen.

5.9 Die moralische Pflicht

Zu Beginn der Neuzeit war das Selbstverständnis der Wissenschaftler explizit politisch. Francis Bacon (1561-1626) als ein typischer Vertreter schreibt 1620: „Erwerbe sich nur das menschliche Geschlecht die Herrschaft über die Natur [durch die Wissenschaften, A.I.], wozu es von Gott bestimmt ist; bewältige es nur erst die Masse: für die rechte Anwendung wird die gesunde Vernunft und die Religion sorgen.“ [5, Aphorismus 129] Dieser allgemeine Anspruch, nämlich durch die wissenschaftliche Erkenntnis der Natur die Lebensbedingungen der Menschen, und zwar aller, zu verbessern, erstreckt sich auf jede wissenschaftliche Untersuchung, denn der Möglichkeit nach taugt jedes wissenschaftliche Resultat für die Anwendung.

Dieser Anspruch ist mehr als eine Möglichkeit, aus dem Begriff der Wissenschaft heraus ist die Anwendung geboten: Wissenschaft ist vernünftig und frei – dies wurde in den Abschnitten 3.3 und 3.4 entwickelt. Die Realisierung ihrer immanenten Vernunft und Freiheit ist Anwendung, und die Realisierung ihrer eigenen Zwecke macht die Wissenschaft aus.

Fast zweihundert Jahre später ist diese moralische Einsicht immer noch Programm: „Von dem Fortgange der Wissenschaft hängt unmittelbar der ganze Fortgang des Menschengeschlechts ab“ [21, S. 328], so schreibt Johann G. Fichte 1794 (1762-1814) und leitet daraus „die wahre Bestimmung des Gelehrtenstandes [ab, A.I.]: es ist die oberste Aufsicht über den wirklichen Fortgang des Menschengeschlechts im allgemeinen, und die stete Beförderung dieses Fortganges“ [21, S. 328]. Fichte leitet aus dem Kantschen Sittengesetz einen politischen Anspruch ab. Der Deutsche Idealismus entdeckt, dass die menschliche Arbeit und das Handeln einer Moral untersteht, und da wissenschaftliche Arbeit eine besondere Form der Arbeit ist, so ist auch diese der Moral verpflichtet. Die Wissenschaft setzt selbst die Moral der Wissenschaft, der einzelne Wissenschaftler ist dieser Moral verpflichtet. Es ist eine und nur eine Moral, geschöpft aus der Vernunft, gegenüber den widrigen Bedingungen Freiheit unterstellend, aber diese auch einfordernd und dem Fortgang des Menschengeschlechts verpflichtet, einem Fortgang, der allen Menschen die Entfaltung ihrer jeweils besonderen Fähigkeiten ermöglicht. Für weiterführende Ausführungen siehe Ulrich Ruschig [52, S. 25-28] und [51].

6 Die reine und angewandte Mathematik (1794-1860)

Die Zeitspanne 1794-1860 ist bestimmt durch die Gründung der École Polytechnique in Paris, die ein Vorbild für alle späteren technischen Hochschulen war; und ab 1860 hatte die industrielle Revolution dazu geführt, dass Deutschland Großbritannien den Rang abgelaufen hatte und zu der führenden Industrienation in Europa aufgestiegen war. Dazu hatten auch die Hochschulen beigetragen, und genau dies soll in diesem Kapitel unter Berücksichtigung der angewandten Mathematik analysiert werden.

6.1 Technische Hochschulen werden vom Staat eingerichtet

Mit der industriellen Revolution stieg der Bedarf an Ingenieuren und Technikern. Gleichzeitig entstand das Potential, die Resultate der Wissenschaften systematisch für die industrielle Produktion zu nutzen. Der Staat erkannte sein Bedürfnis nach ausgebildeten Ingenieuren in den neuen Technikwissenschaften und nach Forschungsergebnissen in diesen Wissenschaften. Von der Industrie selber konnten diese Bedürfnisse nicht bedient werden; die industriellen Betriebe konnten im großen Maßstab weder die allgemeine Ausbildung noch die Forschung finanzieren. Diese Funktion übernahm der Staat, indem er die Universitäten für diese neue Forschung und Lehre zweckentsprechend einrichtete. Im Konkurrenzkampf der Nationalstaaten setzte man in Deutschland und Frankreich die Erwartung in die Technikwissenschaften und begegnete der von England angeführten Vorherrschaft der Industrie mit der Gründung von Ingenieurschulen. 1794 wurde in Paris die École Polytechnique gegründet. Obwohl Carl G. J. Jacobi (1804-1851) [35, S. 365] sie als „eine Schule ohne Vorbild und ohne Nachbild in Europa“ kennzeichnet, ist sie der Prototyp der Ingenieurschulen und der späteren technischen Hochschulen. In Deutschland wurden erst in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts die ersten technischen Hochschulen gegründet: Karlsruhe 1865, München 1868, Aachen 1870, Braunschweig 1872, Stuttgart 1876, Darmstadt 1877, Berlin 1879, Hannover 1880, Dresden 1890. Viele dieser technischen Hochschulen bestanden schon fünfzig Jahre vor ihrer Gründung als Institute oder Polytechnika; so beispielsweise das Collegium Carolinum von 1745 in Braunschweig und in Berlin das Berginstitut 1770, die Bauakademie 1799, die Gewerbeakademie 1821. Es gab auch einzelne naturwissenschaftliche Institute an den Universitäten. Für eine ausführliche Darstellung der Entwicklung an den technischen Hochschulen siehe Susann Hensel [29] und für die Akademien siehe Conrad Grau [24].

6.2 Die Forschung

Über Wissenschaften im 19. Jahrhundert schreibt Felix Klein: Es kam „zur strengen Spezialisierung der einzelnen Zweige der Wissenschaften“ [39, S. 3]. Diese Spezialisierung der Wissenschaftler gab es insbesondere in der Mathematik. „Die Mathematik trennte sich von der Astrologie, der Geodäsie, der Physik, der Statistik usf.“ [39, S. 3/4] Die wesentlichen mathematischen Resultate, und wesentlich bedeutet, dass sie konstitutiv für den Fortschritt der Mathematik waren, wurden von den wenigen mathematischen Genies erzielt, und für diese galt, dass sie entgegen der allgemeinen Tendenz der Spezialisierung sowohl die reine als auch die angewandte Mathematik betrieben. Beispielsweise merkt Felix Klein über Carl Friedrich Gauß (1777-1855) an: „Die besprochenen Arbeiten von Gauß auf dem Gebiet der angewandten Mathematik möchte ich als die Krönung seines Lebenswerkes bezeichnen. Der eigentliche Kern und das Fundament seiner Leistungen aber liegt auf dem Gebiet der *reinen Mathematik*.“ [39, S. 24] Für den fließenden Übergang von angewandter zu reiner Mathematik steht Jean Baptiste Joseph Baron de Fourier (1768-1830): „Während aber bei ihm der Gedanke an die Nützlichkeit, an die Anwendbarkeit der Methode auf die großen, von Natur vorliegenden praktischen Probleme der eigentliche Antrieb alles Schaffens war, gewinnt später ein abstraktes, rein funktionentheoretisches Interesse an dem immer mehr verfeinerten mathematischen Werkzeug die Oberhand.“ [39, S. 70]

Ein weiteres Beispiel dafür, dass reine und angewandte Mathematik nicht zu fixieren sind, ist die nicht einzuhaltende Absicht von August Leopold Crelle (1780-1855). Dieser gründete 1826 das *Journal für die reine und angewandte Mathematik* in der Absicht, „eine die ganze Mathematik umfassende Zeitschrift ins Leben zu rufen. [...] So beginnt der erste Band des Journals mit der Bestimmung der Wassermenge eines Stromes durch Eytelwein, woran sich die erste Abhandlung von Abel schließt“ [39, S. 95]. Nach kurzer Zeit jedoch wurden in dem Journal fast ausschließlich die der reinen Mathematik zugehörige Arbeiten veröffentlicht. Felix Klein sah darin: „Das neuhumanistische Ideal der reinen Wissenschaft als Selbstzweck, das die Verachtung aller Nützlichkeit im gemeinen Sinne in sich barg, führte bald zu einer geflissentlichen Abkehr von allen der Praxis zugewandten Bestrebungen.“ [39, S. 95] Aber diese Entwicklung ist nur ein Aspekt. Andersherum war nach wie vor die Physik ein wesentlicher Impuls für die Entwicklung der reinen Mathematik.

Insgesamt ergibt sich, dass reine und angewandte Mathematik noch stärker als im 18. Jahrhundert ineinander verschränkt sind. In einem solchen fließenden Übergang sind sie als isolierte kaum auszumachen, sie sind die konstitutiven Momente der Mathematik.

Allerdings ist der Unterschied zwischen der mathematischen Physik und der Mathematik für die Technikwissenschaften erheblich. Die zu Beginn der industriellen Revolution entstandenen Technikwissenschaften (das sind die Baustatik, die technische Mechanik und das Maschinenwesen) waren noch weit davon entfernt, Wissenschaften zu sein. Wie schon für die in Kapitel 5 betrachtete Periode galt auch jetzt noch: „Die neue und ungestüme mathematische Produktivität beruhte n i c h t [Hervorhebung A.I.] in erster Linie auf technischen Problemen, die von neuen Industrien aufgeworfen wurden.“ [56, S. 147] Als Beispiel sei die 1868 veröffentlichte erste wissenschaftliche Arbeit über Regelungstheorie von James C. Maxwell [42] (1831-1879) genannt. Er zeigte, dass ein Fliehkraftregler notwendig mit Reibung zu entwerfen ist, um die Stabilität der zu regulierenden Drehgeschwindigkeit zu garantieren. Allerdings war der Fliehkraftregler schon seit fast hundert Jahren im Einsatz und selbstverständlich war aus der Erfahrung die Wichtigkeit der Reibung bei der Regelung bekannt.

Trotz der Interessen des Staates für Anwendungen galt: „Das Studium der Wissenschaft im ganzen machte sich noch stärker von den Forderungen des Wirtschaftsleben oder des Kriegswesen frei. Es entwickelte sich der Spezialist, der an der Wissenschaft um ihrer selbst willen interessiert war. Die Verbindung mit der Praxis war niemals ganz abgerissen, aber sie wurde oft verdunkelt.“ [56, S. 147] Könnte es sein, dass die Mathematik zwar vom Staat institutionalisiert wurde und werden musste, dass aber in diesen Instituten für den empirischen Einzelcharakter, dem mathematischen Wissenschaftler, noch eine Nische vorhanden war, in der er nicht heteronom bestimmten mathematischen Interessen nachgehen konnte? Weil die Mathematik eine Wissenschaft ist, ist sie autonom, und Autonomie impliziert selbstbestimmte Freiräume der Forschung.

6.3 Die Lehre

Die im vorigen Abschnit beschriebene Spezialisierung der Wissenschaften in der Forschung setzte sich in der Mathematik auch als eine Trennung innerhalb der Lehre durch. Ein notwendiger Bestandteil der Lehre in den Technikwissenschaften sind die Naturwissenschaften und die angewandte Mathematik. Die neue Aufgabe der technischen Hochschulen – verglichen mit den traditionellen Universitäten und Akademien – war die Ausbildung von sehr vielen Studenten, und insbesondere in angewandter Mathematik. Dies hatte Auswirkungen auf die Universitäten, an denen nun angewandte Mathematik zu unterrichten war für angehende Lehrer, die an den Schulen die Schüler auf die technischen Hochschulen vorzubereiten hatten. Obgleich es an den Hochschulen und Schulen bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts mangelnde Kenntnisse in der angewandten Mathematik gab, bewirkte die industrielle Revolution, dass angewandte Mathematik eine eigenständige Bedeutung in der Lehre bekam.

Die Ausbildung in der École Polytechnique verlief in zwei Etappen: in den ersten zwei Jahren wurde ausschließlich Mathematik und Naturwissenschaften unterrichtet, erst im dritten und vierten Jahr wurde Technik gelehrt. Diese Organisation der Lehre spiegelt den Charakter der Technikwissenschaften wider. Die mathematische Grundlage dient dem Verständnis der Naturwissenschaften, und mittels der Naturwissenschaften lassen sich technische Anwendungen beschreiben. Dieser inhaltliche Grund der Ausbildung wurde durch einen historischen ergänzt. Nach der französischen Revolution wurden die Universitäten weitgehend aufgelöst, und Professoren fanden neue Anstellungen an der École Polytechnique. Diese Professoren waren keine Ingenieure, sondern Naturwissenschaftler oder Mathematiker. Als um 1850 in Deutschland die ersten technischen Hochschulen und naturwissenschaftlichen Institute an den Universitäten gegründet wurden (siehe den Beginn dieses Kapitels), war die Ausbildung nicht mehr zweiphasig wie bei der École Polytechnique konzipiert, sondern die einzelnen Gebiete griffen von Anfang an ineinander.

Die Funktion der Universitäten änderte sich ein weiteres Mal. Im 19. Jahrhundert dienten die Universitäten der Ausbildung des Lehrerberufes. Damit rückten die Akademien in den Hintergrund.

6.4 Der Verfall der Moral im 19. Jahrhundert

Die Konsequenz dieser Entwicklung für den einzelnen Wissenschaftler bedeutete einerseits, dass er vom Staat alimentiert wurde und somit, im Vergleich seiner Bedingungen zu feudalistischen Zeiten, finanzielle Unabhängigkeit erlangte. Andererseits begann im 19. Jahrhundert, als Forschung und Lehre auf die Bedürfnisse von Staat und Kapital ausgerichtet wurde, der Prozess der Aufgabe der akademischen Freiheit des Wissenschaftlers. Diese akademische Freiheit bestimmte Max Horkheimer (1895-1973) als wesentliche, unverzichtbare Voraussetzung einer Universität: „Akademische Freiheit [...] bedeutet die Freiheit der Lehre und der Forschung, ihre Unabhängigkeit von allen Bindungen und Kontrollen, die dem Prozeß der Erkenntnis äußerlich sind.“ [32, S. 425]

Mit dieser Entwicklung einhergehend veränderte sich auch das Selbstverständnis der Wissenschaftler von ihrer moralischen Pflicht als Wissenschaftler. Während der Wissenschaftler im 17. und 18. Jahrhundert zweifelsfrei davon ausging, im Dienste und zum Wohle der Menschheit zu forschen (siehe das Fichte-Zitat in Abschnitt 5.9), wurde dieses Verständnis im 19. Jahrhundert ein anderes. Jacobi kritisierte 1835 Fourier: „Es ist wahr, daß Herr Fourier der Meinung war, daß das Hauptziel der Mathematik im öffentlichen Nutzen und in der Erklärung der Naturvorgänge bestünde; aber ein solcher Philosoph wie er hätte wissen müssen, daß das einzige Ziel der Wissenschaft die Ehre des menschlichen Geistes ist und daß unter diesem Gesichtspunkt ein Problem der Zahlen genauso wertvoll ist wie eine Frage nach dem Bau der Welt.“ Zitiert nach [56,

S. 146/7]. Aber der Unterschied zwischen Fouriers Position „Hauptziel der Mathematik [liegt, A.I.] im öffentlichen Nutzen“ (Fourier) und Jacobis Position „einziges Ziel der Wissenschaft [ist] die Ehre des menschlichen Geistes“ (Jacobi) ist nur ein gradueller, wenn diese gemessen werden an Fichtes Position „Fortgang des Menschengeschlechtes im allgemeinen”. Ist das Ziel der Wissenschaft die Ehre des menschlichen Geistes, so geht es nur noch um „reinen Geist“, welcher als reiner „wertneutral“ vorgestellt wird. Es soll nur noch der reine Selbstzweck und eine nur noch formelle und damit leere Autonomie bestimmend sein; der von Fichte formulierte wissenschaftsimmanente politische Impuls ist gelöscht. Für solcherart „autonome“ Wissenschaftler ist es dann keineswegs mehr moralisch verwerflich, wenn geehrte Nobelpreisträger Kampfstoffe herstellen, alldieweil die Anwendung völlig getrennt von der wissenschaftlichen Arbeit ist. Ob nun reiner Selbstzweck, und damit unpolitisch und wertneutral, oder öffentlicher Nutzen ohne Zweckangabe und ohne Sittengesetz, beide Positionen leiten den Verfall der wissenschaftlichen Moral ein.

7 Die Anwendung der angewandten Mathematik (1860-1920)

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts hatte Deutschland Großbritannien als die führende Industrienation abgelöst. Die im vorigen Kapitel beschriebene Tendenz zur Spezialisierung der Wissenschaften setzte sich fort. So schreibt Dirk J. Struik (1894-2000): „Um 1870 war die Mathematik zu einem riesigen und unübersehbaren Gebäude angewachsen, das in eine große Anzahl von Teilgebieten aufgegliedert war, in denen sich nur noch Spezialisten auskannten. Selbst bedeutende Mathematiker [...] konnten nur wenige dieser vielen Gebiete überblicken." [56, S. 184] Die dadurch bedingten Auswirkungen für die Forschung und Lehre insbesondere für die angewandte Mathematik wird in diesem Kapitel analysiert.

7.1 Die Reproduzierbarkeit des naturwissenschaftlichen Experiments und des technischen Prozesses

Bis zum 18. Jahrhundert wurde die Reproduzierbarkeit eines technischen Prozesses – mehr oder weniger und häufig nicht sicher – „gewährleistet" durch den artistischen Umgang des Handwerkers mit dem Material. Die wissenschaftliche Grundlage war nicht erkannt. Man versuchte, in sogenannten Technologien, das waren Handwerkskunden, das artistische Verhältnis präzise anzugeben, um es damit zu bewahren und zu standardisieren und den Aneignungsprozess für andere zu verkürzen. Erst im 19. Jahrhundert gelang die wissenschaftliche Erkenntnis von naturwissenschaftlichen und technischen Prozessen; diese wurden beschrieben unter der Angabe von Randbedingungen; das sind beim Naturgesetz Differentialgleichungen mit Randwertbedingungen. Für das Funktionieren des technischen Prozesses oder die Reproduzierbarkeit des naturwissenschaftlichen Experiments sind identische Randbedingungen notwendig, das ist in den Abschnitten 2.2.3 und 2.2.4 ausgeführt. Beispielsweise entwickelte Justus Freiherr von Liebig (1803-1873) Mitte des 19. Jahrhunderts ein Arsenal von standardisierten Destillationskolonnen, Heizvorrichtungen etc., um reproduzierbare Experimente für den Chemiker zu ermöglichen. Der technische Apparat ist notwendig für die Natur- und Technikwissenschaft; und ein solcher Apparat kann nur gebaut werden, wenn die Natur- und Technikwissenschaft hinreichend entwickelt sind. Zugleich entsteht durch diese für das wissenschaftliche Arbeiten notwendige Apparatur eine Abhängigkeit vom Geldgeber.

Auch wenn die mathematischen Resultate für technische Anwendungen genutzt werden, so lässt sich aus dieser Verknüpfung vermittels der Anwendung nicht schließen, dass der Staat einen direkten Einfluss auf die Gegenstände der Mathematik erwirken kann. Die Einflussnahme ist subtil und soll in den verbleibenden Kapiteln beschrieben werden.

7.2 Das autonome und das materiale Moment der wissenschaftlichen Arbeit

Bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts war es weder möglich, die vorhandenen Forschungsresultate der Wissenschaft in profitable Anwendungen umzusetzen, noch konnte umgekehrt ausgehend von technischen Problemen die Forschung zur Lösung dieser Probleme hin dirigiert werden. Der Grund ist ein systematischer: Wie in Abschnitt 1.5.1 zum Eristischen Satz ausgeführt, gibt es kein methodisch geregeltes Verfahren, welches aus Unwissen Wissen werden lässt. Erst mittels der Spontaneität der Einbildungskraft ist die Überwindung der Aporie des Eristischen Satzes möglich; erst mittels einer Beweisidee kann ein nicht-trivialer Beweis gefunden werden. Diese Beweisidee ist synthetisch, sie ergibt sich nicht aus analytischen Zergliederungen und Umformungen der Definitionen, und sie unterliegt keinem methodisch geregelten Verfahren. Wie man zu einer solchen synthetischen Beweisidee kommt, ist nicht aus gegebenen Definitionen ableitbar. Das Dialektische im Erkenntnisprozess, nämlich dass das erkenntnistheoretische Spätere das logisch Frühere ist, garantiert die Autonomie der wissenschaftlichen Arbeit und verhindert zugleich, dass Forschung und Ergebnisse gezielt zu planen sind.

Die Reproduzierbarkeit des naturwissenschaftlichen Experiments und des technischen Prozesses erzwingt die Bereitstellung von standardisierten hochspezialisierten technischen Gerätschaften; siehe Abschnitt 7.1. Damit ist in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts das bloße „Herumtappen“ überwunden; aber das autonome Moment der wissenschaftlichen Arbeit ist gepaart mit einem materialen Moment: Die Gerätschaften müssen finanziert werden. Das kann der einzelne Wissenschaftler oder der einzelne Betrieb nicht leisten. Es entsteht die Abhängigkeit vom Staat.

Für die angewandte Mathematik tritt diese Entwicklung erst wesentlich später ein, nämlich dann, wenn Mathematiker bei ihrer Arbeit auf die materiale Bedingung Computer verwiesen sind; das ist in Abschnitt 8.2 näher beschrieben.

7.3 Das Verhältnis von Universität, Staat und Industrie

John D. Bernal (1901-1971) konstatiert 1954: „Gegen Ende des 19. Jahrhunderts war es unmöglich geworden, daß sich der wissenschaftliche Fortschritt noch länger in seiner alten Form vollzog, d.h. durch die Aktivität einzelner Wissenschaftler, die entweder über eigenes Vermögen verfügten oder als private Berater ihren Unterhalt verdienten. Die entscheidende Weiterentwicklung in der Grundlagenforschung erfolgte jetzt an den Universitäten, die zu ihrer alten Funktion, der Lehre, die neue Aufgabe, Forschung, zusätzlich übernahmen. Diese Organisationsform hat sich heute fast allgemein durchgesetzt.“ [7, S. 820]

In der Neuzeit entwickelte der Staat ein Interesse an wissenschaftlichen Ergebnissen, um diese für Produktion und Kriegsführung zu nutzen; siehe Abschnitt 6.1. Da die dafür notwendigen Wissenschaftler und Techniker aus Kostengründen nicht an Einzelbetrieben ausgebildet werden konnten (siehe Abschnitt 7.1), gewährleistet der Staat durch die Universität die entsprechende Forschung und Lehre. Sein Interesse ist das der Industrie in ihrer Gesamtheit; die konkurrierenden Interessen der Einzelbetriebe werden ignoriert. Ausgebildete Techniker, Lehrer und Wissenschaftler sollen universell einsetzbar sein. Dies erfordert eine flexible allgemeine Ausbildung, die zugleich praxisnah sein muss. Die Universitäten wurden beauftragt, eine solche Ausbildung anzubieten, eine weitergehende Reglementierung gab es nicht. Die Universitäten waren autonom, es bestand die „Freiheit von Forschung und Lehre“ mit der Einschränkung, dass von den technischen Hochschulen „angewandte“ Forschung und Lehre erwartet wurde. Die Wahl des wissenschaftlichen Gegenstandes wurde nicht eingeschränkt.

7.4 Die Durchsetzung der angewandten Mathematik an den technischen Hochschulen

Die folgenden historischen Bezügen beschränken sich auf Deutschland, für die anderen Industrienationen gelten ähnliche Entwicklungen mit zeitlichen Verschiebungen.

Dem Zeitalter der Restauration und der 48er Revolution folgte ein wirtschaftlicher Aufstieg der Industriestaaten. Gegen Ende des 19. Jahrhunderts war Deutschland die führende Industrienation, England und Frankreich waren überholt; der vorrangige Konkurrent waren die Vereinigten Staaten von Amerika.

Das ohnehin niedrige mathematische Niveau der Ausbildung an den polytechnischen Schulen und den meisten technischen Hochschulen und ebenso die geringe Forschungstätigkeit waren angesichts der zunehmenden Mathematisierung der Naturwissenschaften ein Mangel. Diese Kritik wurde von zwei Seiten an den Staat herangetragen: Die Industrie – vertreten durch deren Standesorganisation, dem Verband Deutscher Ingenieure (VDI), gegründet 1856 – forderte eine bessere Ausbildung der Absolventen und mehr anwendungsrelevante Forschung; die technischen Hochschulen selbst beziehungsweise deren Vertreter verlangten nach Wissenschaft, um den Universitäten gleichgestellt zu werden. Siehe dazu die ausführliche Darstellung in Susann Hensel [29, Absch. 3.2.1].

Die Aufwertung der Naturwissenschaften und der wissenschaftlichen Ausbildung hatte zur Folge, dass mehr Mathematik gelehrt wurde. Die Erfolge in der Mathematik während der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts waren insbesondere in Deutschland immens. Um 1870/80 wurden zunehmend Mathematiker – und nicht mehr Naturwissenschaftler oder Ingenieure – als Professoren für Mathematik an die technischen Hochschulen berufen. Das bedeutete den Einzug der angewandten Mathematik in die technischen Hochschulen. Es kam zu einer Aufwertung der Mathematik an den technischen Hochschulen; diese erhielten 1899 das Promotionsrecht, damit waren sie den Universitäten gleichgestellt.

7.5 Die Antimathematische Bewegung etabliert die Lehre der angewandten Mathematik

In den nachfolgenden Jahren wurde die angewandte Mathematik zwar etabliert, allerdings wandelte sich deren inhaltliche Ausgestaltung. Die Kritik an der Vergrößerung der Kluft zwischen einer weit entwickelten Mathematik und den technischen Anwendungen kulminierte, wie in Abschnitt 5.7 ausgeführt, in die sogenannte „Antimathematische Bewegung“ (circa 1890-1915), angeführt von Ingenieuren und Vertretern der Industrie; für eine ausführliche gelungene Darstellung siehe [29, Absch. 5]. Die nur wenige Jahre zuvor vertretene Position, dass naturwissenschaftliche und technische Fächer nur wegen der Mathematik zu einer Wissenschaft werden können, wurde jetzt mit Argwohn betrachtet. In dieser Auseinandersetzung nahm Alois Riedler (1850-1936), Professor des Maschineningenieurwesens an der Technischen Hochschule Berlin, eine exponierte Stellung ein; er wandte sich 1896 gegen die „Sucht, naturwissenschaftliche Fächer nur dann als wissenschaftlich anzusehen, wenn sie in mathematisches Gewand gekleidet sind“ [49, S. 305]. Einen zweiten Aspekt der Kritik aus dem Kreise der Antimathematischen Bewegung drückt ebenfalls Riedler aus: „Die technischen Hochschulen verfolgen als Ziel ihrer Ausbildung: die Anwendung der naturwissenschaftlichen Erkenntnis zu wirtschaftlichem Zwecke.“ [49, S. 305] Der wirtschaftliche Zweck soll bei Forschungs- und Lehrinhalten an den technischen Hochschulen im Vordergrund stehen; diesem wissenschaftsheteronomen Zweck gilt die Wissenschaft nur als Mittel, die Mathematik sei zwar „unerläßliches Grundwerkzeug, aber nicht Grundlage selbst“ [49, S. 305].

In diesem Streit zwischen Mathematikern und Ingenieuren nahm der von beiden Seiten respektierte Mathematiker Felix Klein (1849-1925) eine integrative Funktion ein. In seiner Leipziger Antrittsrede hatte er 1880 den Mangel der Umsetzung von wissenschaftlichen Resultaten in praktische Anwendungen beklagt und machte dafür nicht die Mathematiker, sondern die Ingenieure verantwortlich: „Von Niemandem wird geleugnet, daß die reine Mathematik seit Anfang des Jahrhunderts nach den verschiedenen Richtungen hin eine mächtige und tiefgreifende Entwickelung erfahren hat. Aber für die Anwendungen scheint alle diese Entwickelung beinahe nutzlos gewesen zu sein. Der Praktiker ignoriert unsere Fortschritte.“ [38]

Das Ergebnis der Antimathematischen Bewegung für die technischen Hochschulen war, dass diese das Primat der angewandten gegenüber der reinen Mathematik in Forschung und Lehre immer wieder betonten und in der Lehre dazu übergingen, diese pragmatisch hinsichtlich auf Methoden ausgerichtete Inhalte zu lehren. Damit wurde zwar einerseits die angewandte Mathematik in Forschung und Lehre an den technischen Hochschulen ein etabliertes Gebiet, aber inhaltlich verstand man unter angewandter Mathematik oftmals, etwas überspitzt ausgedrückt, Methoden statt Inhalte.

7.6 Die angewandte Mathematik als etablierte Disziplin

Um 1900 erfuhr die angewandte Mathematik eine Erweiterung: Sie beschäftigte sich nicht mehr ausschließlich mit Problemen der Naturwissenschaften, sondern auch mit technischen Problemen. Aus der Abteilung *Mathematik und Astronomie* der *Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte* entwickelte sich 1890 die *Deutsche Mathematiker-Vereinigung* (DMV). Der *Verband Deutscher Ingenieure* (VDI) wurde 1856 gegründet. 1897 gründete man in Göttingen das *Institut für angewandte Mathematik und Mechanik* und ab 1898 erschien die *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen.* 1904 wurde Carl Runge (1856-1927) auf Bestreben von Felix Klein auf die „Professur für angewandte Mathematik“ an die Georg-August-Universität Göttingen berufen. Es war die erste Professur für angewandte Mathematik in Deutschland, Carl Runge forschte zu numerischen und graphischen Verfahren zur Lösung von technischen Problemen. 1917 wurde in Preußen angewandte Mathematik als Studienfach obligatorisch; 1921 ist das Gründungsjahr der *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik* (ZAMM); 1922 wurde die *Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik* (GAMM) gegründet.

7.7 Die außeruniversitäre angewandte Mathematik

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts war das Monopol der Universitäten bezüglich der wissenschaftlichen Forschung gebrochen. Es kam zu der Gründung außeruniversitärer Forschungsinstitute, an denen nicht gelehrt wurde: 1887 *Physikalisch-Technische Reichsanstalt* (PTR), 1889 *Carl-Zeiss-Stiftung*, 1898 *Göttinger Vereinigung*, 1910 *Robert-Bosch-Stiftung.* In diesen Instituten war der Forschungsgegenstand nicht frei wählbar, sondern vorgeschrieben waren diejenigen Anwendungen, die als Dienstleistungsangebote eine profitable Produktion versprachen. Die Forschung musste interdisziplinär organisiert werden, man arbeitete in Teams. Die Tendenz zur Transformation der Einzelwissenschaften in Technologie war damit eingeleitet. Für die angewandte Mathematik bedeutete dies, dass ihre Methoden für die Anwendungen im Vordergrund standen. Gefragt waren mathematische Anwendungen, weniger die angewandte Mathematik.

7.8 Der Ruin der Moral im 20. Jahrhundert

„Seit dem 19. Jahrhundert [verstärkte sich jedoch insbesondere] der nationale Aspekt der Wissenschaft, sowohl auf dem Gebiet der Forschung als auch der Organisation. Während des ersten Weltkrieges wurde die Wissenschaft nicht nur bewusst und gezielt für militärische Zwecke eingesetzt, auch nationalistische Auffassungen drangen auf beiden kriegführenden Seiten verstärkt in wissenschaftliches Denken und Forschen ein.“ [24, S. 229]

In Abschnitt 6.4 hatten wir den über Stufen verlaufenden Verfall der Moral im 19. Jahrhundert dargestellt, und zwar anhand der stellvertretend aufgeführten Positionen zum Begriff der Wissenschaft: „der Fortgang des Menschengeschlechtes im allgemeinen“ Fichte 1794, „das Hauptziel der Mathematik liegt im öffentlichen Nutzen und in der Erklärung der Naturvorgänge“ Fourier 1830, „das einzige Ziel der Wissenschaft ist die Ehre des menschlichen Geistes“ Jacobi 1835. Im 20. Jahrhundert kam es zu einer weiteren Verdeutlichung und damit Verschärfung der beiden letzten Positionen: „Erst die Anwendung [...] ist die höchste Stufe der Erkenntnis“, so Alois Riedler zitiert nach [33, S. 302]. Im 1. Weltkrieg sah diese Anwendung so aus: „Sowohl in Fritz Habers Berliner Kaiser-Wilhelm-Institut für Physikalische Chemie und Elektrochemie als auch bei Bayer liefen die Vorbereitungen für den militärischen Einsatz von chemischen Kampfstoffen. Haber leitete persönlich den ersten Angriff mit Chlor, allein am ersten Abend starben 5000 Menschen.“ [50, S. 5] Dieses antimoralische Verhalten steht im Widerspruch zu Fichtes „Wissenschaft zum Wohle des gesamten Menschengeschlechts“ im Sinne der Aufklärung. Am Beispiel Fritz Haber wird deutlich, wohin Jacobis Standpunkt „Wissenschaft als Ehre des menschlichen Geistes“ führt. Auch wenn nicht jeder Wissenschaftler sich wie Haber mit dem Staat identifizierte und zum Nationalisten wurde, so wurde doch spätestens ab dem 20. Jahrhundert von dem einzelnen Wissenschaftler geleugnet, dass er persönlich für die Verknüpfung seines Handelns mit dem Fortschreiten des Menschengeschlechts zuständig sei. Mit einer solchen Position war die Moral der Wissenschaft ruiniert.

8 Die tendenzielle Transformation der Naturwissenschaften in Technologie im 20. Jahrhundert

In den vorangehenden Kapiteln wurde gezeigt, wie bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts die Entwicklung in der Wissenschaft dazu führte, dass in der wissenschaftlichen Arbeit der methodische Anteil gegenüber dem artistischen Anteil zunehmend überwog. In diesem und dem nachfolgenden Kapitel wird gezeigt, wie sich diese Tendenz verstärkte und im 20. Jahrhundert dadurch der Charakter der Natur- und Technikwissenschaften ein anderer wurde.

8.1 Die Zergliederung des menschlichen Arbeitsprozesses

Bis zu den Zeiten der Aufklärung waren Geschick und Erfahrung des Arbeiters notwendig, um den nicht-identischen Arbeitsgegenstand zu bearbeiten. Bestimmend für den Arbeitsprozess war das artistische Verhältnis zum Material, also zum Arbeitsgegenstand und zu den Arbeitsmitteln. Im Arbeitsprozess wurde lediglich in handwerklicher Arbeit hergestellt. Karl Marx hat in dem Kapitel *Teilung der Arbeit und Manufaktur* [41, 12. Kapitel] ausführlich dargestellt, wie die Revolutionierung des handwerklichen Arbeitsprozesses bis hin zur industriellen Arbeit mit der Revolutionierung der Arbeitsinstrumente begann. In dem Kapitel *Maschinerie und große Industrie* [41, 13. Kapitel] zeigt er dann die darauf folgende Revolutionierung des Antriebs für die unmittelbar an dem Arbeitsgegenstand angreifenden Instrumente wie zum Beispiel die Dampfmaschine. Mit der Industriellen Revolution wurde die Maschine zum wesentlichen Bestandteil des Arbeitsprozesses. Die durch die Dampfmaschine produzierte kinetische Energie stand unabhängig von den natürlichen Voraussetzungen zur Verfügung; diese Eigenschaft eines Instruments wurde genutzt, um einzelne Arbeitsprozesse in einfache Teilprozesse zu zergliedern. Der kapitalistische Produktionsprozess wurde von dem einzelnen Arbeiter mit dessen individuellen Fähigkeiten nicht zuletzt deswegen unabhängig, weil dessen Funktion im Produktionsprozess zu einer herstellbaren Qualifikation gemacht werden konnte. Hinzu kam, und das ist ganz wesentlich, die systematische und teilweise wissenschaftliche Durchdringung des Arbeitsprozesses mittels Natur- und Technikwissenschaften. Damit veränderte sich die menschliche Arbeit gemäß den jener wissenschaftlichen Durchdringung umgestalteten Maschinen. Die „Perfektion“ dieser Entwicklung war Anfang des 20. Jahrhunderts der Taylorismus, nämlich die Analyse und Zergliederung der menschlichen Arbeit, um sie im Interesse des Kapitals für den Arbeitsprozess optimal einzusetzen.

8.2 Der Computer – ein neues Produktionsmittel

Der Computer hat wesentlich den Charakter der Industrialisierung, der Technologie, der Wissenschaften, und vor allem der angewandten Mathematik verändert. Wie die Dampfmaschine kinetische Energie und deren Ausnutzung an nahezu beliebigen Orten ermöglichte, so wurden durch den Computer Daten und deren schnelle Ausnutzung an beliebigen Orten ermöglicht. Der Taylorismus hatte Anfang des 20. Jahrhunderts auf ein Produktionsmittel wie den modernen Computer nur gewartet. Der Computer war seit den 1960er-Jahren ein Katalysator für die schon fünfzig Jahre früher begonnene Taylorisierung der Arbeitsprozesse; diese wurden weiter zergliedert und intensiviert, durch den Computer wurde der Taylorismus perfektioniert.

Eine analoge Beobachtung lässt sich für die Zergliederung des wissenschaftlichen Arbeitsprozesses durch den Computer machen. Im gegenwärtigen Abschnitt wird gezeigt, dass der Computer ein Katalysator der tendenziellen Transformation von Natur- und Technikwissenschaften in Technologie war. In Kapitel 10 wird diese Transformation für die angewandte Mathematik untersucht. Allerdings hatte der Computer diese prägnante Funktion nur etwa eine halbe Dekade: brauchte man in den siebziger Jahren noch kostspielige aufwendige Großrechner, so erbringen heutige Personal-Computer eine wesentlich stärkere Rechenleistung und die Kosten fallen kaum ins Gewicht.

8.2.1 Der Computer in den Natur- und Technikwissenschaften

Der Computer veränderte den Charakter der Natur- und Technikwissenschaften, denn durch ihn konnten kostspielige und aufwendige Experimente durch Simulationen ersetzt werden. Das experimentelle Instrumentarium kann teilweise durch den Computer ersetzt werden oder wesentlich gezielter genutzt werden, indem mittels des Computers die experimentiellen Fragen an die Natur vorbereitet werden.

8.2.2 Die Informatik als Wissenschaft?

Diejenige wissenschaftliche Disziplin, welche sich mit dem Computer befasst, ist die Informatik. Sie löste sich in den 1970er-Jahren als eigenständige Disziplin von der Mathematik ab oder wurde abgetrennt. Ob die Informatik sich zu einer Wissenschaft entwickeln wird, ist aus folgenden Gründen unklar. Sie besteht aus drei wissenschaftlichen Teilgebieten: Logik, Datenbanken und Gerätetechnik. Ihr Gegenstandsbereich ist die „Struktur und Organisation von digitalen Rechenmaschinen und informationsverarbeitenden Prozessen“. Das scheint aber ein

Teilgebiet der Mathematik sein, nämlich Logik mit elektrotechnischen Anwendungen. Friedrich L. Bauer (1924-2015), der maßgeblich an der Entwicklung der Informatik beteiligt war, geht der Frage nach dem Gegenstandsbereich explizit nach, kommt aber nicht weiter als: „Im ganzen spannt sich somit die Informatik wie eine Brücke über die Abgründe und Untiefen der Programmierung, mit zwei Brückenköpfen auf festem Land, die aber nicht zu ihr gehören: der (mathematischen) formalen Logik auf der einen Seite, der (elektrotechnischen) Gerätetechnik auf der anderen Seite.“ [6, S. 368]

8.3 Der Taylorismus

Der Begriff „Taylorismus“ geht zurück auf F. W. Taylors (1856-1915) Untersuchungen der körperlichen Arbeit eines Bandarbeiters bei den Ford-Automobilwerken gegen Ende des 19. Jahrhunderts. Mit Taylorismus wird die Analyse und Zergliederung des menschlichen Arbeitsprozesses bezeichnet, um diesen für die Zwecke des Kapitals zu organisieren. Die Umsetzung heißt in Marxschen Termini die „reelle Subsumtion der Arbeit unter das Kapital“.

8.3.1 Die Zergliederung der wissenschaftlichen Arbeit

Der wissenschaftliche Arbeitsprozess veränderte sich analog zum menschlichen Arbeitsprozess über die Jahrhunderte. In Abschnitt 7.5 hatten wir gesehen, wie die „Erkenntnis zu wirtschaftlichem Zwecke“ zum erklärten Ziel der Naturwissenschaften wurde. Zunächst wurden dazu die erforderlichen experimentellen Apparaturen und Maschinen hinsichtlich ihrer Funktionen zergliedert. Mit anderen Worten: das materiale Moment konnte weiter zergliedert werden. In einem nächsten Schritt wurden die wissenschaftlichen Arbeitsprozesse selbst zergliedert. Weil der einzelne Wissenschaftler seine Wissenschaft gar nicht mehr überschauen kann, ist diese Zergliederung der wissenschaftlichen Arbeit notwendig. Die Konsequenz dieser Zergliederung beschrieb Friedrich Nietzsche (1844-1900) im Jahre 1872: „So ein exklusiver Fachgelehrter ist dann dem Fabrikarbeiter ähnlich, der sein Leben lang nichts anderes macht als eine bestimmte Schraube oder Handhabe zu einem bestimmten Werkzeug oder zu einer Maschine, worin er dann freilich eine unglaubliche Virtuosität erlangt.“ [43, S. 193] Die geistige Arbeit wird zerlegt in Teilprozesse, und es kommt zu einer „instrumentellen Verwendung des schon Erforschten“ [14, S. 13]. Letzteres bedeutet Technologie und nicht mehr Wissenschaft – in einem traditionellen Sinn verstanden. Allerdings sind Analyse, Zergliederung und Neuzusammensetzung von Arbeitsprozessen keine hinreichende Bestimmung des Taylorsystems. Hinzukommen muss ein diese Analyse, Zergliederung und Neuzusammensetzung steuernder Zweck, der hinter dem Rücken der Arbeitenden wirkt: die Kapitalvermehrung. Wendete man nun das Taylorsystem, so wie es von Ford für die handwerklich-körperliche Arbeit entwickelt wurde, auf die geistige Arbeit von Wissenschaftlern an, so bedeutete dies notwendig, dass diese dann so taylorisierte geistige Arbeit hinter dem Rücken der Wissenschaftler auf den Kapitalzweck dirigiert wird.

8.3.2 Taylorismus wissenschaftlicher Arbeit – ein Widerspruch in sich?

Taylor zergliederte die körperliche Arbeit eines Bandarbeiters bei den Ford-Automobilwerken in einzelne Phasen, um diese dann so zusammenzusetzen, dass das angestrebte Endprodukt, das Auto, in einer für das Kapital besseren, i.e. effizienteren und schnelleren Weise hergestellt werden konnte. Die Frage ist, ob die geistige Arbeit eines Wissenschaftlers analog zerlegt und zusammengesetzt werden und so ein effizienterer Kontroll- und Antriebsmechanismus installiert werden kann. Doch eine solche geistige Arbeit, für die das spekulative Moment konstitutiv ist, kann nicht in derartige Phasen zerlegt und neu zusammengesetzt werden. Denn, wie in Kapitel 1 dargestellt, kann dieses spekulative Moment nicht durch ein methodisch geregeltes und tendenziell standardisierbares Verfahren erzeugt werden. Eine gelingende Taylorisierung wissenschaftlicher Arbeit würde bedeuten, dass man aufbauend auf der Zergliederung der geistigen Arbeit ein Verfahren angeben könnte, um Neues methodisch zu schaffen. Doch eine solche Taylorisierung gelingt nicht, weil jenes notwendige spekulative Moment nicht von der Freiheit eines Subjektes und dessen produktiver Einbildungskraft abgetrennt und einer fremden Macht unterworfen werden kann, die dieses Moment zergliedert und für ihre Zwecke neu zusammensetzen könnte, so dass es gleichermaßen (oder gar besser) funktionierte. Derartige Zergliederung bedeutete vielmehr die Tilgung jenes spekulativen Moments. Was bleibt dann noch von der wissenschaftlichen Arbeit – in einem traditionellen Sinn verstanden – übrig? Nichts, so befürchtete Max Horkheimer (1895-1973) schon 1952: „Die intellektuelle Fortbewegung der Wissenschaft, vor allem aber ihre Durchorganisation zielen darauf ab, den Intellekt, das spekulative Element des Denkens, ohne das nichts sich bilden kann, zu liquidieren.“ [32, S. 402]

8.4 Die Steuerung von Forschung und Lehre

Die Steuerung der Forschung versucht der Staat insbesondere in Kriegszeiten zu realisieren: „Während des [zweiten Welt-, A.I.] Krieges war praktisch die gesamte Wissenschaft in Großbritannien und den Vereinigten Staates in den Dienst des Krieges gestellt worden.“ [7, S. 821] Allerdings verhindert, wie in Abschnitt 4.3 ausgeführt, die Autonomie der Wissenschaft eine Steuerung der Wissenschaft in dem engen Sinne, dass Resultate vorgegeben werden, denn die für die Wissenschaft wesentliche Spontaneität der Einbildungskraft kann nicht gesteuert werden. Wenn es aber nun doch zu einer zunehmenden Zergliederung der wissenschaftlichen Arbeit kommt und auch kommen muss, dann können die Geldgeber der für die fortschreitende Wissenschaft notwendig immer aufwendiger werdenden Forschungsstätten die Organisation und Zergliederung der Forschung bestimmen, und über dieses aufwendige Instrumentarium können Schwerpunkte und Inhalte von Forschung und Lehre beeinflusst werden. Das sind keine wissenschaftsimmanenten Interessen.

Dieser Prozess fand historisch statt. Der Staat richtete, um die Technologie in seinem Interesse zu nutzen, dafür eigene Forschungsinstitute ein oder veränderte Bildungs- und Forschungsanstalten. Universitäten waren nicht mehr die einzigen Stätten, an denen dieses realisiert wurde. Es wurden außeruniversitäre Forschungsinstitute wie die Kaiser-Wilhelm-Institute gegründet; dort wurde ausschließlich geforscht und nicht gelehrt. Beispielsweise wurde von dem Kaiser-Wilhelm-Institut in Berlin-Dahlem Katalysator-Forschung erwartet. Wenn auch das im 1. Weltkrieg seitens der deutschen Truppen eingesetzte Giftgas (Chlor) nicht Forschungsgegenstand im Berliner Kaiser-Wilhelm-Institut war, so lieferte doch der Dienstherr dieses Instituts und spätere Nobelpreisträger Fritz Haber das Know-how für den Umgang mit solchen chemischen Stoffen in der prozess-technischen Anwendung, welches Know-how den Generälen der Reichswehr nicht zugänglich und gar fremd war und welche technische Anwendung diese Generäle überforderte.

Auch die Rolle der Akademien wurde verändert, und das insbesondere in den Staaten des Ostblocks. So konstatiert Conrad Grau (1932-2000): „Zwei wesentliche Merkmale der neuen sozialistischen Konzeption der Akademie sind deren konsequente Orientierung auf die Forschung und vor allem die Grundlagenforschung bzw. die Anwendung ihrer Ergebnisse sowie die Durchsetzung der langfristigen Planung der Wissenschaft im Zusammenhang mit der Volkswirtschaftsplanung. [...] Die Akademie [der UdSSR, A.I.], die in ihrem Statut von 1963 [...] als ‚oberste wissenschaftliche Einrichtung der UdSSR' bezeichnet wird, [... hatte sich, A.I.] zur größten Einrichtung dieser Art in der Welt entwickelt.“ [24, S. 255/6]

Die Technologie beruht auf dem gezielten Einsatz der Resultate der Einzelwissenschaften, diese werden als „Dienstleistungen“ abgerufen. In der Technologie kam es verstärkt auf den Einsatz interdisziplinärer Forschungsergebnisse an. Der Staat nahm Einfluss, um die Forschung an den Universitäten hinsichtlich der Interdisziplinarität zu verstärken.
Die Lehre und die Studiengänge wurden an den Universitäten entsprechend den Bedürfnissen des Staates geändert, oder zumindest wurde ein solcher Versuch unternommen. Das ist am Beispiel der Mathematik im Abschnitt 9.2 weiter ausgeführt.
Seit den 1980er-Jahren setzte verstärkt die Steuerung der Forschung und Lehre durch Drittmittel ein. Projekte wurden immer weniger direkt von den Universitäten finanziert. Die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) verteilt in Deutschland im Interesse des Staates Drittmittel; dazu kommen noch diverse Stiftungen der verschiedensten Ausrich-

tungen. Heutzutage ist es für die Karriere eines Wissenschaftlers an der Universität nahezu notwendig, dass er Drittmittel einwirbt. Die DFG legt die Bereiche fest, für die Drittmittel ausgegeben werden, und versucht damit zu steuern, welche Apparaturen, Disziplinen und Methoden finanziert werden. Für weitere Ausführungen dazu siehe die Abschnitte 9.4 und 9.5.

8.5 Die tendenzielle Transformation der Natur- und Technikwissenschaft in Technologie

Die Technologie hat den Zweck – wie in Abschnitt 2.6 ausgeführt – standardisierte, sichere und profitable technische Geräte und Verfahren zu analysieren oder herzustellen. Ihre Arbeitsmethoden beruhen notwendig auf wissenschaftlichen Kenntnissen und beinhalten synthetische Urteile zur Anwendung von wissenschaftlichen Resultaten. Wesentlich sind ihr dabei zwar wissenschaftliche Methoden, aber das allein macht eine Wissenschaft nicht aus; allgemeingültige und notwendige Resultate werden nicht erarbeitet.

Seit dem 20. Jahrhundert wurde die methodische Komponente in der natur- und technikwissenschaftlichen Forschung aufwendiger und kostspieliger, das experimentelle Instrumentarium wurde größer und teurer. Dies galt in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts ebenso für diejenigen reinen Disziplinen, die seit den 1960er-Jahren auf kostspielige Großcomputer angewiesen waren. Der Schwerpunkt der wissenschaftlichen Arbeit verschob sich auf die Entwicklung und Verwendung von Methoden. Implementierte numerische Verfahren wurden zu materialisierten Methoden, deren Inhalte und Hintergründe die wenigsten Benutzer verstehen. Für die Numerik änderte sich allerdings diese Bestimmung ab dem 21. Jahrhundert: Großrechner wurden weniger gefragt, die Numerik ist ein Teilgebiet der Mathematik, welches sich nicht auf Methoden reduzieren lässt.

Für die Chemie – und allgemeiner für die Natur- und Technikwissenschaften – fasst Peter Bulthaup (1934-2004) den oben beschriebenen Prozess und die damit verbundene Zurückdrängung und Verminderung des spekulativen Moments wie folgt zusammen: „Diese den exakten Wissenschaften [i.e. den Naturwissenschaften, A.I.] immanente Entwicklungstendenz führt dazu, dass in ihnen die Qualifikation der Arbeitskraft nicht nur notwendige, sondern zum Teil schon hinreichende Bedingung wissenschaftlicher Arbeit ist, die sich von der von Technikern in der Industrie geleisteten immer weniger unterscheidet.“ [14, S. 13/14]

Ob diese immanente Entwicklungstendenz auch für die Mathematik zutrifft, wird in Abschnitt 10 untersucht werden.

Nach Peter Bulthaup ist diese Transformation in Technologie der Entwicklung der Naturwissenschaften im 20. Jahrhundert immanent, die Transformation wird nicht von außen bewirkt; und sie ist ein *tendenzieller* Prozess – nicht ein vollzogener Übergang: „Die Wissenschaft selbst transformiert sich tendenziell in Technologie.“ [14, S. 13] Diese Transformation bedeutet der Tendenz nach die Abschaffung der Naturwissenschaften in ihrer traditionellen Form.

8.6 Die tendenzielle Transformation des Naturwissenschaftlers zum wissenschaftlichen Lohnarbeiter

Die Technologie ist bestimmt – wie in Abschnitt 2.6 entwickelt – durch die Anwendung wissenschaftlicher Resultate der Naturwissenschaften und der Mathematik, sie ist keine Wissenschaft. In der Technologie ist die Herleitung wissenschaftlicher Resultate nur bedingt relevant, im Vordergrund steht die Anwendung der Resultate. Damit entfällt die Grundlage für die Autonomie wissenschaftlicher Arbeit. Der Wissenschaftler kann zum Lohnarbeiter werden, wenn er vom Geldgeber (z.B. Staat, Industrie, Drittmittelgebern) abhängt; das wäre die formelle Subsumtion der wissenschaftlichen Arbeit. Wird die Naturwissenschaft tendenziell zu Technologie, so werden die Wissenschaftler tendenziell zu *wissenschaftlichen Lohnarbeitern.* Damit wäre die reelle Subsumtion der wissenschaftlichen Arbeit unter das Kapital umgesetzt.

9 Die Konsequenzen der 1968-Reformen für die angewandte Mathematik

In den 1960er-Jahren kam es zu einem Umbruch. Die Vertreter der Wirtschaft setzten auf avancierte Technologie und forderten insbesondere mehr und besser ausgebildete Ingenieure und Naturwissenschaftler. Der Staat unterstützte diese Forderungen und bewirkte letztendlich zahlreiche Neugründungen von (Reform-) Universitäten; an vielen Universitäten erfolgte eine Umstrukturierung der Organisation von Forschung und der Inhalte der Lehre. Eine neue Rolle kam auch dem Computer zu, der technologisch in den 1960er-Jahren wesentlich weiterentwickelt wurde und dessen Rechenkapazität wesentlich vergrößert wurde.

9.1 Die Funktion des Computers

Die Mathematik, und insbesondere die reine Mathematik, war konstitutiv für die Entwicklung des Computers. Umgekehrt erfuhr die Mathematik, und insbesondere die angewandte Mathematik, durch dieses neue Hilfsmittel eine wesentliche Veränderung. Der Computer war ein Katalysator für die Entwicklung von Methoden der angewandten Mathematik. Die Numerik wurde erst wegen des Computers zu einer ausgereiften Disziplin, später entwickelte sich ein Zweig davon zu „wissenschaftlichem Rechnen“. Während es bisher nur in den Naturwissenschaften möglich war, mittels des Experiments dem Gegenstand der Untersuchung Fragen zu stellen, so ermöglichte jetzt der Computer ein solches experimentelles Vorgehen auch in der Mathematik. Weiterhin wurde es erst durch den Computer und die Entwicklung numerischer Methoden möglich, die Lösungen komplexer Probleme hinreichend genau zu approximieren und zu visualisieren.

Die Weiterentwicklung der Wissenschaft Mathematik kam in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts in ein Stadium, in welchem sich die Natur- und Technikwissenschaften schon hundert Jahre früher befanden – siehe Abschnitt 7.2. Die immer aufwendigere hochspezialisierte technische Apparatur in den Technik- und Naturwissenschaften repräsentierte das anwachsende und gewichtiger werdende materiale Moment der wissenschaftlichen Arbeit. Diese Apparatur musste finanziert werden. Mit der Einführung der Großcomputer galt das ebenso für die angewandte Mathematik. Weder die Einzelwissenschaftler noch die Einzelbetriebe konnten Großcomputer bezahlen. Die Finanzierung wurde den Universitäten übertragen, und das hatte eine Abhängigkeit der Universitäten vom Staat zur Folge. Mit anderen Worten, die Erfindung des Computers hatte zur Konsequenz das Gewichtiger-Werden der materialen Bedingung für die wissenschaftliche Arbeit in der angewandten Mathematik. Allerdings galt dieser Vorgang nur für ein halbes Jahrhundert. Zu Beginn des 21. Jahrhunderts können zahlreiche aufwendige mathematische Simulationen auch auf nicht sehr kostspieligen Personal-Computern durchgeführt werden. Es gibt gleichwohl immer noch Teilgebiete der Mathematik, wie beispielsweise Modellreduktion oder Zahlentheorie, in denen Großrechner von Nutzen sind.

Der Computer führte dazu, dass die Informatik als Lehrfach eingeführt wurde. Sie wurde wesentlich für die Forschung in vielen Einzelwissenschaften und wurde deshalb auch zu einem Bestandteil der Lehre in diesen Wissenschaften.

9.2 Die Lehre

Die Lehre der angewandten Mathematik blieb bis in die 1960er-Jahre an den technischen Hochschulen im Wesentlichen unverändert. An den Universitäten wurden Mathematiker vornehmlich für den Lehrerberuf ausgebildet. Zwar gab es ab 1942 den Diplommathematiker, aber dieser wurde nicht spezifisch, z. B. als Versicherungs- oder Technomathematiker, ausgebildet. Seine Qualifikation bestand im Wesentlichen darin, in allgemeinen Strukturen denken zu können und Wesentliches herausarbeiten zu können.

Es kam in einem gewissen Sinne zu einer Neuauflage der Antimathematischen Bewegung (siehe Abschnitt 7.5), das Ziel war die „praxisorientierte“ Qualifikation der Absolventen. Vorrangig sollte die angewandte Mathematik weiterentwickelt werden, um am Ende des Studiums einen wissenschaftlichen Lohnarbeiter geformt zu haben, der für die Ansprüche der Industrie und der Versicherungen geeignet war. Für dieses Ziel wurden vielfältige Veränderungen umgesetzt, von denen aber die meisten – aus Gründen, die noch zu klären sind – weit von den Ansprüchen entfernt blieben. Dies soll im Folgenden dargestellt werden.

Reformuniversitäten wie beispielsweise Oldenburg und Bremen führten das *Projektstudium Mathematik* ein. Dieser Entwicklung ist in [48] dargestellt. Im Projektstudium studierten Studenten der Diplommathematik gleich zu Beginn des Studiums in Projekten, um die später für den Beruf relevanten Fähigkeiten zu erlernen. Bei diesen Versuchen stellte sich heraus, dass ohne Kenntnis der Herleitung der mathematischen Resultate (genauer: ohne den Prozess der wissenschaftlicher Arbeit mit der damit verbundenen produktiven Einbildungskraft zu wiederholen) eine Anwendung von mathematischen Resultaten nur mechanisch und damit dilettantisch war. Darüber hinaus wurden diese Reformen selbst in den einzelnen mathematischen Instituten nicht einheitlich umgesetzt. So blieb beispielsweise an der Universität Bremen über viele Jahre die reine Mathematik ohne Anwendungsbezug stark vertreten; dasselbe galt auch für die Universität Bielefeld, um nur zwei Beispiele zu nennen.

Eine weitere „Reform“ der Universitäten bestand darin, Vertiefungsrichtungen zu Studiengängen „aufzuwerten“. Es wurden „Bindestrich-Fächer“ kreiert. Typisch waren für die Mathematik die neuen Diplomstudiengänge Versicherungs- oder Wirtschaftsmathematik, Technomathematik und Informatik. Mit diesem Etikettenschwindel versuchte man die Anzahl der Anfängerstudenten zu erhöhen. *Wirtschaftsmathematik* bedeutete entweder eine Schwerpunktsetzung im Diplomstudiengang, die auch für den Diplommathematiker im Wesentlichen möglich war; ob mit einer solchen Schwerpunktsetzung eine Berufsqualifikation erreicht wird, die über jene des Diplommathematikers hinausgeht, ist zweifelhaft. Oder Wirtschaftsmathematik bedeutete eine Ausrichtung des Studiums mit so vielen Wirtschaftsveranstaltungen, dass die Qualifikation am Ende nicht mit der eines Mathematikers vergleichbar ist; das ist beispielsweise an der Universität Hamburg der Fall. Darüber hinaus ist auffällig, dass Absolventen, die eine Anstellung bei einer Versicherung erhalten, im ersten Jahr ihrer Anstellung eine „Lehre“ zu absolvieren haben, in der sie in die speziellen Anforderungen eingeführt werden.

Ganz ähnlich verhält es sich mit dem Diplommathematik-Studiengang *Technomathematik*, der 1981 erstmalig an der Technischen Universität Kaiserslautern eingeführt wurde. Er besteht im Wesentlichen aus einer Schwerpunktsetzung des ehemaligen Diplommathematikstudiengangs. Im Studiengang werden verstärkt naturwissenschaftliche Veranstaltungen gehört, und im Nebenfach können auch ingenieurwissenschaftliche Vorlesungen belegt werden. Zahlreiche Universitäten, vornehmlich technische, bieten heute einen solchen Studiengang an. Der Grund ist auch hier die – durchaus erfolgreiche – Absicht, mehr Studenten anzuziehen.

Gleichzeitig wurde der Studiengang *Informatik* eingeführt. An den meisten Universitäten löste sich dieses Fach – obwohl ursprünglich ein Teilgebiet der Mathematik – von der Mathematik ab, und die Informatik wurde sowohl eigenständig als auch ein gewichtiges Nebenfach in der Mathematik, Wirtschafts- und Technikwissenschaften. Zu der Fragestellung, ob die Informatik eine Wissenschaft ist, siehe Abschnitt 8.2.2.

Zu Beginn des 21. Jahrhunderts wurde der Diplomstudiengang Mathematik, der durchschnittlich dreizehn Semester studiert wurde, abgeschafft und es wurden *Bachelor- und Master-Studiengänge* eingeführt. Der in einem durchschnittlichen dreizehnsemestrigen Diplommathematikstudium erzielte intellektuelle Überschuss war für den benötigten mathematischen Lohnarbeiter aus politischer Sicht eine Überqualifikation und zu teuer. Das wollte man einsparen durch einen sechssemestrigen Bachelorstudiengang und einen aufbauenden vier- oder fünfsemestrigen Masterstudiengang. Eine solche Absicht war vierzig Jahre nach Gründung der Reformuniversitäten nur konsequent. Vorbild war das angelsächsische System, welches wesentlich pragmatischer orientiert ist; dort stehen die Methoden im Vordergrund. Salopp gesprochen: der Angelsachse rechnet die Lösung eines Problems aus, während der Kontinentaleuropäer die Existenz der Lösung zu beweisen versucht. Stellvertretend sei aus dem aktuellen Buch [47] der Protagonisten der Technomathematik an der Technischen Universität Kaiserslautern zitiert: Im Vordergrund der Lehre steht eine „problemgetriebene, modellbezogene und lösungsorientierte Mathematik“. Es ist zu bezweifeln, ob dieser Vorsatz umgesetzt worden ist. An den meisten deutschen Mathematikinstituten oder -fachbereichen gelang die Einführung der Bachelor- und Masterstudiengänge nicht wie geplant. Stattdessen kam es zu einer Aufteilung des ursprünglichen Diplomstudienganges in zwei Etappen, eben Bachelor- und Master-Studium, die Lehrinhalte blieben dieselben. Das angelsächsische System blieb den Kontinentaleuropäern fremd.

Auch die *Schulausbildung* sollte entsprechend den Ansprüchen der angewandten Mathematik zugeschnitten werden. Nach Auskunft der anwendungsorientierten Universitäten ist die Umsetzung noch weit von dem Anspruch entfernt: „Die angewandte Mathematik nimmt in der Ausbildung der Lehrer bis heute einen bescheidenen Teil ein.“ [47, S. 18]

Die Reformbestrebungen in der Mathematik haben erreicht, dass die Lehre in vielerlei Hinsicht unangemessen reguliert worden ist: Die Inhalte der Veranstaltungen werden in Module „gepresst“ und jeweils in einer Prüfung abgefragt; der Gesamtzusammenhang steht nicht im Vordergrund, sondern isolierte Fakten. Für Fortgeschrittenenseminare oder allgemeinbildende Veranstaltungen bleibt in der Studienordnung nur wenig Zeit. Abschlussarbeiten müssen in vorschriebenen Zeiträumen angefertigt werden; dies verhindert die für die wissenschaftliche Arbeit notwendige Muße. Die Ausbildung an den Universitäten ist verschulter geworden.

Trotzdem kann man zusammenfassend feststellen, dass das Interesse des Staates, nämlich die Bereitstellung des mathematischen Lohnarbeiters seitens der Universitäten oder, konkreter ausgedrückt, die Transformation von Mathematik in Technologie, durch die vielfältigen Reformen nicht im geplanten Sinne befriedigt worden ist. Der Master-Student der Mathematik oder unter anderem Etikett Technomathematiker ist nur wenig schlechter qualifiziert als der Diplommathematiker vor vierzig Jahren.

Warum verhält sich die Mathematik gegen diese Reformabsichten so „widerspenstig“? Gibt es dazu der Mathematik inhärente Gründe? Die Hochschullehrer sind keineswegs gegen die Reformen angetreten. Sie haben die die Reformen und die die Studenten betreffende Verschlechterungen über sich ergehen lassen. Bestenfalls wurde eine „stille Sabotage“ versucht, indem man die Vorgaben weitestgehend zu ignorieren versuchte.

9.3 Die universitäre Forschung

Für die Naturwissenschaften galt schon im 19. Jahrhundert, dass die Finanzierung der von ihr benötigten Apparatur in der Forschung nicht von Einzelbetrieben geleistet werden konnte. Diese Finanzierung übernahm der Staat. Darüber nahm der Staat Einfluss auf die Schwerpunkte der Forschung – er konnte nicht Einfluss auf die Einzelresultate nehmen, das ist nicht möglich. Eine analoge Entwicklung lässt sich in den 1970er-Jahren für die Mathematik mit der Einführung von Großcomputern nachweisen. Allerdings war diese Entwicklung eine vorübergehende. Die Computertechnologie wurde soweit entwickelt, dass Anfang des Jahrtausends Großcomputer weitestgehend wieder überflüssig wurden. Rechenintensive Operationen lassen sich heutzutage auf Laptops ausführen.

Die avancierte Technologie – genau diese wurden in Deutschland forciert ausgebaut – und deren Bedürfnisse hatten in der Mathematik seit Ende des 20. Jahrhunderts folgende Konsequenzen: Es kam zu einer Aufwertung der angewandten Mathematik, weil man sich von ihr verspricht, dass sie an den technologischen Innovationen maßgeblich beteiligt ist. Für die Universitäten bedeutete dies, dass Gebiete und Stellen der angewandten Mathematik vorzugsweise ausgebaut wurden; beispielsweise für die partiellen Differentialgleichungen und insbesondere deren Numerik. Die reine Mathematik wurde zurückgedrängt, zahlreiche Professorenstellen an den Universitäten wurden in diesem Bereich nicht mehr besetzt. Grundlagenforschung für sich war weniger gefragt und nur dann, wenn langfristig ihr Anwendungsbezug zu erahnen war. Die Arbeitsbedingungen für Forschung an den Universitäten wurde wesentlich eingeschränkt: Die Autonomie der Universitäten führte zu der Selbstverwaltung der Armut. Das implizierte eine drastische Reduktion der ehemaligen Haushaltsstellen. Promotions- und Postdoc-Stellen werden heute größtenteils nur über Drittmitttel finanziert.

Die Forschung an den Universitäten wird heutzutage vornehmlich durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) finanziert. Die DFG hat verschiedene Programme, die sie inhaltlich steuert. Andere Programme werden zwar inhaltlich nicht vorgegeben, aber die Chancen einer Bewilligung sind größer, falls die Thematik einen Anwendungsbezug aufweist oder interdisziplinär bearbeitet wird. Die DFG ist auch für die Grundlagenforschung verantwortlich, und sie kommt dieser Verantwortung nach.

Das „DFG-Forschungszentrum Mathematik für Schlüsseltechnologien, Modellierung, Simulation und Optimierung realer Prozesse“, kurz Matheon, ist in Berlin angesiedelt und wurde von 2002 bis 2014 von der DFG finanziert; seit 2015 hat sich die Finanzierung geändert, die Ziele und Aufgaben sind dieselben geblieben: „Das Matheon entwickelt Mathematik für Schlüsseltechnologien und unterstützt Partner in Industrie, Wirtschaft und Wissenschaft. Schule und Öffentlichkeit bilden einen weiteren Fokus seiner Aktivitäten." Das MATHEON unterscheidet sich von vielen Forschungsinstituten der Mathematik und Technologie darin, dass es nicht Mathematik mit Technologie gleichsetzt, sondern seinen Auftrag fasst als „Mathematik *für* Technologien". Dieser kleine Unterschied ist eminent. Setzte man Mathematik mit Technologie gleich, so würde dies den tendenziellen Ruin der Mathematik bedeuten; siehe Abschnitte 2.6 und 9.5. Beim MATHEON ist dies nicht der Fall, stattdessen werden dort mathematische Methoden für die Anwendungen entwickelt und verwendet. Tatsächlich wird das gesamte Spektrum von Grundlagenforschung bis hin zu bloßer Bereitstellung und Anwendung von Methoden abgedeckt.

9.4 Außeruniversitäre mathematische Forschungsinstitute

Eine weitere Organisationsform für mathematische Forschung sind die Leibniz-Institute. Dazu zählt das *Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik* in Berlin, welches als seine Aufgabe versteht: „Projektorientierte Forschung in Angewandter Mathematik, insbesondere in Angewandter Analysis und Angewandter Stochastik. Die Forschungstätigkeit orientiert sich an konkreten Anwendungssituationen [...] Sie umfasst das gesamte Spektrum der Problemlösung von der mathematischen Modellierung über die mathematisch-theoretische Analyse der Modelle bis hin zur Entwicklung von Algorithmen und zur numerischen Simulation technologischer Prozesse." Auch wenn viele seiner Arbeiten im Wesentlichen auf Methoden basieren, so ist dieses Institut keineswegs ein mathematisches Dienstleistungs-Institut, sondern es betreibt Grundlagenforschung.

Ein weiteres Leibniz-Institut ist das *Max-Planck-Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften* in Leipzig. Auf dessen Fahnen steht geschrieben: „Mathematische Modelle und Methoden gewinnen zunehmend an Bedeutung [...] Fundamentale Fragen aus den Natur- und Ingenieurwissenschaften und der Ökonomie haben Mathematiker immer wieder inspiriert, nach neuen mathematischen Methoden und Strukturen zu suchen. Die Interaktion von Mathematik und den Naturwissenschaften bildet den Kernpunkt der Arbeit dieses Instituts."

Ein ausschließlich mathematisch ausgerichtetes Leibniz-Institut ist das *Max-Planck-Institut für Mathematik* in Bonn. Dort wird mathematische Grundlagenforschung betrieben, der Anwendungsbezug steht im Hintergrund.

Für die oben genannten außeruniversitären Forschungsinstitute, die auch mit den Universitäten auf verschiedene Art und Weise verschränkt sind, gilt mit verschiedenen Gewichtungen, dass sie sowohl die angewandte Mathematik betreiben als auch Mathematik für Technologien bereitstellen und anwenden.

9.5 Mathematische Dienstleistungs-Institute

Bei den verschiedenen Fraunhofer-Instituten steht im Vordergrund ihrer

Arbeit das Funktionieren eines potentiell verkaufbaren Produktes. „Fraunhofer ist die größte Forschungsorganisation für anwendungsorientierte Forschung in Europa. [. . .] Wir gestalten Technik, wir entwerfen Produkte, wir verbessern Verfahren, wir eröffnen neue Wege. Wir erfinden Zukunft.“ Die Anwendung der Forschung ist bestimmt durch den Nutzen für die Wirtschaft: „Die Fraunhofer-Gesellschaft fördert und betreibt international vernetzt anwendungsorientierte Forschung zum unmittelbaren Nutzen für die Wirtschaft.“

Von den fünfundsechzig Fraunhofer-Instituten „basieren drei auf mathematischen Methoden, das ITWM in Kaiserslautern, das SCAI in Sankt Augustin und das Mevis in Bremen“ [47, S. vi]. Das *Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik* (ITWM) in Kaiserslautern mit etwa 200 Akademikern betont in seinen Selbstdarstellungen durchgängig die Gleichsetzung „MATHEMATIK IST TECHNOLOGIE“ (so auf einem Flyer aus dem Jahre 2014) und „Mathematik [ist] eine Schlüsseltechnologie geworden“ [47, S. vi]. Die Sprache verweist auf ein fundamentum in re: Das ITWM ist als Fraunhofer-Institut verpflichtet, circa zwei Drittel der Drittmittel von der Wirtschaft und der öffentlichen Hand einzuwerben. Die am ITWM betriebene mathematische Arbeit wird charakterisiert durch „Problemgetrieben – Modellbezogen – Lösungsorientiert“, so der Untertitel des Buches [47]. Nicht Mathematik als von den Zwecken möglicher Anwendung freie Suche nach mathematischen Zusammenhängen steht im Vordergrund, sondern die Mathematik als Mittel: „Die Kernkompetenzen des ITWM bilden [. . .] die klassischen Disziplinen der angewandten Mathematik, wie Numerik, Differenzialgleichungen, Stochastik und Optimierung. Mit diesen Kernkompetenzen bearbeitet das ITWM die Geschäftsfelder. [. . .] Die Produkte reichen von in Software gegossenem Knowhow über Beratungs- und Supportangebote bis hin zu Systemlösungen.“ Es ist nur konsequent, die Arbeit des ITWM in dem in Abschnitt 2.6 entwickelten Sinne als Technologie zu bezeichnen. Nicht konsequent ist allerdings die Gleichsetzung von (angewandter) Mathematik und Technologie, denn angewandte Mathematik ist keine Dienstleistung. Die reelle Subsumtion der mathematischen Arbeit unter die Zwecke des Kapitals hat stattgefunden.

Das *Fraunhofer-Institut für Bildgestützte Medizin* (MEVIS) in Bremen mit circa 80 Akademikern ist weniger der Mathematik als der „angewandten Forschung und Entwicklung in der Informatik und den Naturwissenschaften zuzuordnen. [. . . Es] beschäftigt sich schwerpunktmäßig mit Medical Image Computing.“ So geben sie auf ihrer Webseite an.

In diesen drei Instituten, und in ähnlicher Weise kommt dies auch vielen Leibniz-Instituten und Max-Planck-Instituten zu, ist die angewandte Mathematik bestenfalls ein Mittel, ein Methodenvorrat, um Produkte zu produzieren.

10 Gibt es eine tendenzielle Transformation der angewandten Mathematik in Technologie?

In Kapitel 8 wurde für die Naturwissenschaften der Prozess der tendenzielle Transformation in Technologie aufgezeigt. Jetzt wird die Frage erörtert, ob ein analoger Prozess in der angewandten Mathematik stattfindet.

In dem Transformationsprozess der Naturwissenschaften in Technologie spielt die Mathematik eine herausragende Rolle. Wurde noch die Dampfmaschine ohne Kenntnis der Thermodynamik entwickelt, so basierte die Entwicklung des Elektromotors auf den Resultaten der Elektrodynamik, für die wiederum angewandte Mathematik notwendig war. Angewandte Mathematik wurde konstitutiv für den technologischen Fortschritt. Wurde in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts noch behauptet, dass nur die Naturwissenschaften für Technologien relevant sind, hat diese Funktion heute uneingeschränkt und prominenter die (angewandte) Mathematik übenommen: „Die angewandte Mathematik in Deutschland [. . . , rangiert] unter den Top 3 der Welt.“ [47, S. 13] In zahlreichen Büchern, die anhand von Beispielen beschreiben, wie die Resultate der angewandten Mathematik für Technologien genutzt werden, werden die Begriffe Mathematik und Schlüsseltechnologie auf verschiedene Art und Weise miteinander verknüpft: *Schlüsseltechnologie Mathematik* [44], *Mathematik – Schlüsseltechnologie für die Zukunft · Verbundprojekte zwischen Universität und Industrie* [30] und MATHEON – *Mathematics for Key Technologies* [17].

Wenn in den Naturwissenschaften die Tendenz zu deren Transformation in Technologie zu beobachten ist und wenn von der angewandten Mathematik entwickelte Methoden wesentlich zu dieser Technologisierung der Naturwissenschaften beigetragen, dann liegt die Vermutung nahe, dass die angewandte Mathematik davon, dass die von ihr entwickelten Methoden jene Tendenz in den Naturwissenschaften befördern, ihrerseits nicht unbehelligt bleibt und dass sie mithin selbst gleichfalls einem Prozess ausgesetzt wird, in welchem die von ihr entwickelten Methoden auf ihre wissenschaftliche Arbeitsweise zurückwirken. Diese Methoden samt der damit verbundenen Zwecksetzungen können dann auch innerhalb der angewandten Mathematik überhand nehmen und so das nicht standardisierbare und nicht regulierbare, der produktiven Einbildungskraft geschuldete spekulative Moment –

die Grundbedingung jeglicher Wissenschaft – zurückdrängen und vermindern. Schließlich diente der gesamte Betrieb nur noch dazu, die bislang entwickelten Methoden anzuwenden, miteinander zu kombinieren, die Anwendung selbst zu optimieren und neue Anwendungsfelder zu erschließen – angewandte Mathematik wäre in eine Form mathematischer Technologie transformiert. Dem steht entgegen, dass es in den vergangenen Dekaden beachtliche Forschungsresultate in der reinen und angewandten Mathematik, siehe den Abschnitt „11.9 Gelöste und ungelöste Probleme“ in [58] und im Internet „Problems solved since 1975“. So steht in Frage, ob die These von der tendenziellen Transformation in Technologie so einfach auf die angewandte Mathematik übertragen werden kann. Nimmt die Mathematik eine von den Naturwissenschaften abweichende Rolle ein? Wenn ja, welche?

10.1 Der Taylorismus in der mathematischen Arbeit

Der Taylorismus wurde eingeführt zur Zergliederung der menschlichen Arbeit; siehe Abschnitt 8.3. Dass es tendenziell einen analogen Prozess auch für die wissenschaftliche Arbeit gab, wurde im selben Kapitel ausgeführt, siehe dazu insbesondere das Nietzsche-Zitat von 1872 in Abschnitt 8.3.1. Hinsichtlich der Zergliederung der mathematischen Arbeit konstatiert Felix Klein: „Da gibt es in jedem Kulturland Hunderte von produzierenden Mathematikern, von denen jeder nur eine ganz kleine Ecke seiner Wissenschaft beherrscht, die ihm dann begreiflicherweise an Wichtigkeit alles andere zu überragen scheint. Die Früchte seiner Arbeit publiziert er in abgerissenen Einzelaufsätzen in mehreren, womöglich verschiedensprachigen, weitverstreuten Zeitschriften. Die Darstellung, nur für wenige Spezialkollegen berechnet, enthält sich jeder Andeutung eines Zusammenhangs mit größeren allgemeinen Fragen und ist dadurch vielleicht schon einem etwas anderweitig interessierten Kollegen schwer zugänglich, einem größeren Kreise aber gänzlich ungenießbar.“ [39, S. 5] In der Mathematik führt, analog zur großen Industrie, die Menge von Einzelresultaten zu einer Zergliederung der wissenschaftlichen Arbeitsprozesse. Der Zusammenhang der Einzelresultate ist für den einzelnen Wissenschaftler nicht präsent. Die Wissenschaftler werden dann einem von ihnen nur sehr schwer zu durchschauenden Prozess unterworfen. Damit werden sie von anonymen Steuerungsmechanismen abhängig, auf die sie kaum Einfluss haben.

Im Jahre 1971, als die Mathematik verglichen mit 1930 eine wesentliche strukturelle Veränderung erfahren hatte, stellte Nicolas Bourbaki fest: „Man könnte fast sagen, daß die nur auf die wesentlichen, nämlich strukturellen Daten der Probleme gerichtete axiomatische Methode weiter nichts ist als das ‚Taylorsystem‘ der Mathematik.“ [11] Die Taylorisierung der Arbeit eines Bandarbeiters bei den Ford-Automobilwerken hat den Zweck, den Bandarbeiter der Steuerung durch das Kapital zu unterwerfen und damit dem Bandarbeiter die Verfügung über seinen Arbeitsprozess zu nehmen, so dass Tempo und Rhythmus vorgegeben werden können. Wenn nun Bourbaki mittels der Analogie zum Taylorsystem die axiomatische Methode zu begreifen versucht, dann meint er, dass – mal abgesehen davon und zugestanden, dass kein steuerndes Kapital als Subjekt des Arbeitsprozesses in Sicht ist – das mathematische Arbeiten durch die axiomatische Methode auf ein normierbares Schema gebracht wird, wodurch alles, was nicht in dieses Schema hineinpasst, getilgt wird und wodurch dem einzelnen Arbeiter – in übertragener Weise – Tempo und Rhythmus vorgegeben wird. Durch die universelle Anwendung und Perfektionierung kommt es zu einer immer weitergehenden Zergliederung der einzelnen mathematischen Schritte. Das methodische Moment im mathematischen Prozess überwiegt und der Anteil des spekulativen Moments wird verschwindend klein. Die Entwicklung der der Mathematik zugrundeliegenden Axiome war durchaus ein erkenntnistheoretischer Fortschritt für die Mathematik, der gleichwohl zu einem Rückschritt wurde, weil die universelle Anwendung der Axiomatisierung zu einem formalisierten Korsett führte, in welchem jenes spekulative Moment produktiver Einbildungskraft getilgt war und wodurch dann der Gesamtzusammenhang eher verunklärt wurde. Diese Beobachtung ist ganz im Sinne von Egbert Brieskorn, der 1974 ausführte: „So kann es dazu kommen, daß die ursprünglich fortschrittliche Tendenz, die in der Entwicklung einer mathematischen Arbeitstechnik liegt, welche Bourbaki mit dem Taylorismus vergleicht, umschlägt in ein hemmendes Moment, in die Trennung von kreativer mathematischer Forschung einerseits und die Vermittlung von vorgegebenem Wissen und fertigen Techniken andererseits.“ [13, S. 233]

10.2 Die Einheit Mathematik mit ihren Momenten reine und angewandte Mathematik

Wir knüpfen an die Ausführungen aus Abschnitt 4.2 zur Einheit Mathematik an. Ohne reine Mathematik lässt sich Mathematik nicht formulieren; beispielsweise haben die Definitionen der reellen Zahlen, der Primzahlen oder der Stetigkeit keinen Anwendungsbezug, sie gehören der reinen Mathematik an. Ohne angewandte Mathematik lässt sich die Mathematik nicht formulieren; beispielsweise ist der Begriff der Ableitung, der in der reinen Mathematik formuliert werden kann, sofort mit der Beschreibung physikalischer Gesetze verknüpft. Mit anderen Worten: Die beiden Momente reine und angewandte Mathematik sind notwendig zur Beschreibung der Mathematik. Diese Momente sind nicht isoliert für sich zu haben. In Abschnitt 4.2 wurde gezeigt, dass das eine Moment sowohl historisch als auch inhaltlich in das andere übergeht und umgekehrt. Darüber hinaus gibt es in der Mathematik Gebiete, in denen diese Momente permanent ineinander verschränkt sind; beispielsweise die Theorie der Differentialgleichungen. Für die Mathematik sind beide Momente konstitutiv, die Mathematik beruht auf diesen Momenten.

Das Bestreben, die mathematische Arbeit zu taylorisieren, führt zu einer Isolation der Momente und somit tendenziell zu dem Ruin der Mathematik.

10.3 Die Steuerung der mathematischen Forschung

Die Mathematik ist eine Wissenschaft und deshalb, wie in Abschnitt 3.4 dargestellt, autonom. Als solche ist sie nicht – und sollte sie nicht – der Steuerung durch ihr heteronome Zwecke unterworfen werden. Die Hereinnahme von heteronomen Zwecken – durch den Praxisbezug der angewandten Mathematik – ist nur dadurch aufzufangen, dass an der Einheit von reiner und angewandter Mathematik festgehalten wird. Nur so ist die Autonomie der Mathematik zu bewahren und eine Preisgabe und Unterordnung unter heteronome Zwecke zu verhindern. Der Taylorismus der mathematischen Arbeitsprozesse – im Sinne von Bourbaki – aber führt zu einer Separation und Vereinzelung der mathematischen Gebiete. Diese Tendenz ermöglicht eine Steuerung durch Mathematik-externe Faktoren. Die Vereinzelung widerspricht, wie in Abschnitt 1.7 dargestellt, dem Charakter einer Wissenschaft, die als solche einen inneren Zusammenhang und konsistentes System von Wissen bildet.

Max Horkheimer (1895-1973) hatte schon 1952 bemerkt: „Naturschutzparks für das spekulative Element können nicht errichtet werden“ [32, S. 402]. Der Mathematik ist es als Wissenschaft langfristig nicht bekömmlich, wenn sie an dem einen Ort pur betrieben wird und an einem anderen nur bezüglich der Verwertbarkeit ihrer Resultate.

Die Gefahr durch die Taylorisierung ist dem einzelnen Mathematiker und auch den Forschungsinstituten bekannt, man begegnet ihr mit der Forderung nach Interdisziplinarität. Dadurch wird eine der jüngsten Wissenschaftsentwicklung geschuldete Verarmung der wissenschaftlichen Arbeit, nämlich die Vereinzelung, zugleich auch als Chance begriffen, nämlich durch interdisziplinäre Arbeit die unvermeidliche Vielfalt des Gebietes doch zu bewältigen. Der Prozess der Vereinzelung steht einem ihr konterkarierenden Prozess gegenüber; die Vereinzelung wird aufgebrochen, indem die mathematischen Probleme interdisziplinär bearbeitet werden.

Eine Steuerung durch die Vorgabe des zu erzielenden Forschungsresultats ist nicht möglich, denn selbst wenn das Problem präzise beschrieben werden kann, gibt es kein diskursives oder methodisches Verfahren zur Lösung. Stattdessen ist der Anfang der Lösung des Problems zugleich das Resultat, indem der Anfang als Resultat der mit ihm beginnenden erkennenden Bewegung dargestellt wird. Der Gebrauch wissenschaftlicher Methoden und wissenschaftlicher Werkzeuge ist für die weitere Forschung – und erst recht für die Anwendungen – nicht vorhersehbar. Das heißt aber nicht, dass Forschungsresultate vollkommen überraschend sind. Werden Schwerpunkte – beispielsweise seitens der DFG oder bei Forschungsinstituten – gesetzt und finanziert, so gibt es bei hinreichend langer Bearbeitung Ergebnisse in dem gesetzten Schwerpunkt. Insoweit ist Forschung in einem gewissen, eben schwächeren Ausmaß steuerbar. Es macht einen Unterschied, ob die Forschung zur Bilderkennung in der Medizin oder zur Atomspaltung finanziert wird.

Die Steuerung der Inhalte, die Wissenschaftler an den Universitäten erforschen, kann zwar über vorgegebene Programme versucht werden, andererseits gibt es aber zahlreiche Beispiele, dass angewandte Mathematiker sich als angewandt geben, tatsächlich aber weit davon entfernt sind.

10.4 Die tendenzielle Transformation

Die im Abschnitt 9.5 dargestellte mathematische Arbeit an den außeruniversitären Dienstleistungs-Instituten wird repräsentiert durch das Motto des ITWM: „Anwendbare Mathematik [ist] in wirklich angewendete Mathematik umzusetzen." [47, S. 22] Die angewandte Mathematik wird von diesen Dienstleistungs-Instituten als „Schlüsseltechnologie Mathematik" ausgegeben. Dies hat einen Grund in der Sache, nämlich an diesen Instituten wird nicht angewandte Mathematik, sondern tendenziell Technologie betrieben. Die Mathematik ist dort zu einer Dienstleistung transformiert worden, welche unter die Zwecke von Staat und Kapitel subsumiert worden ist.

Ebenso wird von Seiten des Staates versucht, die tendenzielle Transformation der angewandten Mathematik in Technologie durch eine Reform der Lehre an den Universitäten zu unterstützen, indem das methodische Moment in der mathematischen Arbeit in den Vordergrund gerückt wird; das wurde in Abschnitt 9.5 ausgeführt. Die Universitäten sind beauftragt, den dazu erforderlichen wissenschaftlichen Lohnarbeiter mit der entsprechenden Qualifikation auszubilden. Allerdings ist hier die Transformation in Technologie nicht vollzogen, die bisher stattgefundene Umsetzung wird ja bemängelt, es besteht lediglich eine Tendenz.

Was die Forschung an den Universitäten und an universitätsnahen Instituten (siehe die Abschnitte 9.3 und 9.4) betrifft, so wird dort sowohl Dienstleistungs-Mathematik betrieben als auch Grundlagenforschung. An den außeruniversitären Dienstleistungs-Instituten ist die tendenzielle Transformation der angewandten Mathematik in Technologie nahezu vollzogen.

Aufgrund der anwachsenden Dominanz des methodischen Moments gegenüber dem spekulativen Moment erscheint die Tendenz der Zurückdrängung der produktiven Einbildungskraft und des Leerlaufens des Betriebs unaufhaltsam zu sein. Diese Entwicklung sei zum Abschluss zusammengefasst: Die Entwicklung der Mathematik beinhaltet die Akkumulation von Axiomen, Resultaten und Methoden. Die Mathematiker schaffen mittels der produktiven Einbildungskraft im Zusammenhang mit dem akkumulierten Wissen neue Resultate, neue

Methoden und neue Axiomensysteme. Das Verhältnis des Umfangs von Methoden und spekulativem Moment ändert sich im Laufe der Geschichte. In der Gründungsphase der Mathematik, das ist für Europa die griechische Mathematik, ist das spekulative Moment dominant. Die weitere Entwicklung der angewandten Mathematik führte zu einer reichen Methodenvielfalt. Die Mathematiker schaffen ein Instrumentarium, eben die Methoden, welches gegenüber der Spontaneität der Einbildungskraft in immer größerem Maße überwiegt. Während der historischen Entwicklung wird das Verhältnis des Anteils von methodischem und produktivem Moment an der mathematischen Arbeit ein anderes, das methodische Moment überwiegt. Doch es dreht sich nicht nur das Verhältnis um, sondern der Charakter der mathematischen Arbeit wird tendenziell ein anderer. Die von dem produktiven Moment hervorgebrachten Methoden werden so umfangreich, dass sie tendenziell das produktive Moment beherrschen. Das bedeutet eine Verkümmerung der Spontaneität der Einbildungskraft gegenüber den zur Verfügung stehenden und angewandten Methoden. In dieser Hinsicht transformiert sich die Mathematik, und insbesondere die angewandte Mathematik, tendenziell in eine Technologie.

Es sei darauf hingewiesen, dass eine Tendenz kein Übergang ist. Der durch die dargestellten Prozesse verursachte tendenzielle Ruin der Wissenschaft Mathematik ist nicht lückenlos und nicht in jeder Hinsicht vollkommen durchgreifend. Es gibt auch heute immer noch neue bahnbrechende Resultate in der Mathematik, insbesondere in der zurückgedrängten reinen Mathematik.

10.5 Zur Moral

Die tendenzielle Transformation der Wissenschaft in Technologie korrespondiert mit der tendenziellen Transformation der auf das Wohl der gesamten Menschheit abzielenden Moral des Wissenschaftlers in die Unverantwortlichkeit des Technokraten. Der wissenschaftliche Lohnarbeiter verantwortet nicht das, was er tut, weil er diese seine Subsumtion affirmiert und damit die moralische Verantwortung für diese Subsumtion ablehnt.

Heute gibt es im Wesentlichen zwei Positionen zur wissenschaftlichen Moral. Zum einen diejenigen, die weiterhin auf die Pflicht der Wissenschaft zum Wohle der gesamten Menschheit pochen; zum anderen diejenigen, die ihre Verantwortungslosigkeit damit zu begründen versuchen, dass die erste Position nichts weiter als ein leeres Sollen sei. Ulrich Ruschig kritisiert, dass das „leere Sollen“ die gesellschaftlichen Umstände, in denen Wissenschaft betrieben wird, ignoriert: „Die reelle Subsumtion wissenschaftlicher Arbeit unter die Zwecke von Kapital und Staat hat inzwischen stattgefunden und die materialen Bedingungen wissenschaftlicher Arbeit soweit unterworfen, dass die Selbständigkeit der Moral als falsche Hypostase dekuvriert und der Appell an die Wissenschaftler zur ‚Verantwortung‘ ein vergebliches und leeres Sollen ist.“ [52, S. 30/1] Die zweite Position ist mit demselben Argument zu kritisieren, denn das „leere Sollen“ als Heuchelei abzutun verkennt ebenso die Umstände, warum es zu einem solchen geworden ist. Beide Positionen – das Pochen auf das Wohl für die Menschheit als auch die Kritik, dass dieses Pochen ein leeres Sollen sei, – ignorieren die Kritik der gesellschaftlichen Umstände, unter denen es zu der reellen Subsumtion der wissenschaftlichen Arbeit gekommen ist. „Der Zerfall der Moral ist nicht durch die Moral selbst gesetzt.“ [52, S. 30] Es gilt zu verstehen, warum und wie der Zerfall möglich war, um dann die Umstände so einzurichten, dass das Sollen nicht mehr leer bleibt.

Literatur

[1] Theodor W. Adorno. *Kants „Kritik der reinen Vernunft": (1959)*. Hrsg. von Rolf Tiedemann. Nachgelassene Schriften: Abt. 4, Vorlesungen; Bd. 4. Frankfurt am Main: Suhrkamp, 1995 (s. S. 16, 21).

[2] Aristoteles. *Analytica Posteriora*. Übersetzt und erläuert von W. Detel, Werke Bd. 3, Teil II, 1. Halbbd., zitiert wird die Paginierung von I. Bekker, Preußische Akademieausgabe, Berlin 1831. Berlin: Akademie Verlag, 1993 (s. S. 13, 14, 19).

[3] Aristoteles. *Metaphysik*. Übersetzung v. H. Bonitz, Bearbeitung von H. Seidl, zitiert wird die Paginierung von I. Bekker, Preußischen Akademieausgabe, Berlin 1831. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1978 (s. S. 13–16, 19, 27, 28, 31, 32, 38, 39).

[4] Aristoteles. *Physikvorlesungen*. Übers. v. Wagner. Berlin: Akademie Verlag, 1983 (s. S. 19).

[5] Francis Bacon. *Aphorismen von der Auslegung der Natur und der Herrschaft des Menschen*. In: *Neues Organ der Wissenschaften*, Erstes Buch, 1620. Übers. A.T. Brück 1830, Reprint. Darmstadt: Wissenschaftlichen Buchgesellschaft, 1981 (s. S. 53).

[6] Friedrich Ludwig Bauer. *Was heißt und was ist Informatik?* In: Michael Otte (Hg.) *Mathematiker über die Mathematik* S. 349-368. Berlin: Springer-Verlag, 1974 (s. S. 69).

[7] John Desmond Bernal. *Die Wissenschaft in der Geschichte*. 3. Auflage. Original *Science in History*, C. A. Watts, London 1954. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1967 (s. S. 15, 45, 63, 70).

[8] Jonathan Betts. *John Harrison*. Greenwich: National Maritime Museum, 1997 (s. S. 51).

[9] Harald Boehme. *Analysis bei Hegel*. In: *Math. Semesterberichte* 61 (2014) 159-181 (s. S. 43).

[10] Gernot Böhme. *Wissenschaft – Technik – Gesellschaft, Zehn Semester interdisziplinäres Kolloquium an der Technischen Hochschule Darmstadt*. In: Präsident der THD (Hg.) *THD-Schriftenreihe Wissenschaft und Technik*. Darmstadt, 1984 (s. S. 49).

[11] Nicolas Bourbaki. *Die Architektur der Mathematik*. In: *Physikalische Blätter* 17(1971) S. 161-166 u. S. 212-218 (s. S. 84).

[12] Bertolt Brecht. *Im Dickicht der Städte*. In: *Die Stücke von Bertolt Brecht in einem Band*. Frankfurt am Main: Suhrkamp Verlag, 1978 (s. S. 42).

[13] Egbert Brieskorn. *Über die Dialektik in der Mathematik*. In: Michael Otte (Hg.) *Mathematiker über die Mathematik*, S. 221-286. Berlin: Springer-Verlag, 1974 (s. S. 85).

[14] Peter Bulthaup. *Zur gesellschaftlichen Funktion der Naturwissenschaften*. Frankfurt am Main: Suhrkamp Verlag, 1973 (s. S. 26, 28, 29, 33, 52, 69, 72, 73).

[15] Peter Bulthaup. *Zweckmäßigkeit, absoluter Zweck, Begriff · Kritik der Hegelschen Deduktion des Begriffs.* In: Andreas Knahl, Jan Müller und Michael Städtler (Hg.) *Mit und gegen Hegel*, S. 184-189. Lüneburg: zu Klampen Verlag, 2000 (s. S. 36).

[16] Réne Descartes. *Die Prinzipien der Philosophie.* Übersetzt u. erläutert v. Artur Buchenau, Nachdruck der 4. Auflage v. 1922. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1955 (s. S. 35).

[17] Peter Deuflhard u. a. *MATHEON – Mathematics for Key Technologies.* Zürich: European Mathematical Society Publishing House, 2014 (s. S. 83).

[18] Eduard Jan Dijksterhuis. *Die Mechanisierung des Weltbildes.* Berlin: Springer-Verlag, 1956 (s. S. 50).

[19] Friedrich Engels. *Anti-Dühring, Dialektik der Natur.* Karl Marx · Friedrich Engels · Werke, Band 20. Berlin: Dietz Verlag, 1960 (s. S. 15).

[20] Euklid. *Die Elemente: Buch I-XIII.* Nach Heibergs Text aus d. Griech. übers. u. hg. von Clemens Thaer. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1980 (s. S. 16).

[21] Johann Gottlieb Fichte. *Einige Vorlesungen über die Bestimmung des Gelehrten (1794).* In: I. H. Fichte (Hg.) *Fichtes Werke* Bd. VI. Berlin: Walter de Gruyter, 1971 (s. S. 53).

[22] Kurt Flasch. *Das philosophische Denken im Mittelalter.* 3. unveränderte Auflage, 1. Auflage 1986. Stuttgart: Reclam, 2013 (s. S. 47).

[23] Karlfried Gründer, Joachim Ritter und Gottfried Gabriel (Hg.) *Historisches Wörterbuch der Philosophie.* Darmstadt: Wiss. Buchgesellschaft, 2004 (s. S. 14, 32).

[24] Conrad Grau. *Berühmte Wissenschaftsakademien.* Leipzig: Edition Leipzig, 1988 (s. S. 48, 49, 56, 66, 71).

[25] Georg Wilhelm Friedrich Hegel. *Jenaer Systementwürfe II.* Hg. v. Rolf-Peter Horstmann und Johann Heinrich Trede. Gesammelte Werke Band 7. Zitiert wird die Paginierung des Orginals. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1971 (s. S. 19).

[26] Georg Wilhelm Friedrich Hegel. *Vorlesungen über die Geschichte der Philosophie · Teil 3 · Griechische Philosophie · II. Plato bis Proklos.* Hg. v. P. Garniron u. W. Jaeschke. Zitiert wird die Paginierung der Originalausgabe. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1996 (s. S. 15).

[27] Georg Wilhelm Friedrich Hegel. *Wissenschaft der Logik. Erster Teil. Die objektive Logik. Erster Band. Die Lehre vom Sein (1832).* Hg. v. F. Hogemann u. W. Jeaschke. Gesammelte Werke Band 21, 2. verbesserte Auflage. Zitiert wird die Paginierung des Orginals. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 2008 (s. S. 16, 18, 20, 21, 42, 43).

[28] Georg Wilhelm Friedrich Hegel. *Wissenschaft der Logik, Zweiter Band (1816).* Hg. v. F. Hogemann u. W. Jeaschke. Gesammelte Werke Band 12. Zitiert wird die Paginierung des Orginals. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1981 (s. S. 24, 30).

[29] Susann Hensel. *Die Auseinandersetzungen um die mathematische Ausbildung der Ingenieure an den technischen Hochschulen Deutschlands Ende des 19. Jahrhunderts.* In: S. Hensel, K.-N. Ihmig und M. Otte (Hg.) *Mathematik und Technik im 19. Jahrhundert in Deutschland*, S. 1-111. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1989 (s. S. 56, 63, 64).

[30] Karl-Heinz Hoffman u. a. *Mathematik – Schlüsseltechnologie für die Zukunft. Verbundprojekte zwischen Universität und Industrie.* Berlin: Springer-Verlag, 1996 (s. S. 83).

[31] Johannes Hoffmeister. *Wörterbuch der philosophischen Begriffe.* Begr. v. F. Friedrich Kirchner u. C. Michaelis; fortges. v. J. Hoffmeister; hg. v. A. Regenbogen und U. Meyer. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1998 (s. S. 16).

[32] Max Horkheimer. *Fragen des Hochschulunterrichts (1952).* In: G. Schmid Noerr (Hg.) *Ges. Schriften* Bd. 8. Frankfurt am Main: S. Fischer Verlag, 1985 (s. S. 58, 70, 86).

[33] Volker Hunecke. *Der „Kampf ums Dasein" und die Reform der technischen Erziehung im Denken Alois Riedlers.* In: Reinhard Rürup (Hg.) *Wissenschaft und Gesellschaft*, 2 Bde, S. 301-313, Bd. 1. Berlin: Springer-Verlag, 1979 (s. S. 66).

[34] Achim Ilchmann. *Kritik der Übergänge zu den ersten Kategorien in Hegels Wissenschaft der Logik.* In: *Hegel–Studien* 27 (1992), S. 11-25 (s. S. 43).

[35] Carl Gustav Jakob Jacobi. *Über die Pariser Polytechnische Schule.* Vortrag am 22.05.1835 in der öffentlichen Sitzung der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg. In: Karl Weierstraß (Hg.) *C.G.J. Jacobis Gesammelte Werke* Bd. VII, S. 355-370. 1891 (s. S. 55).

[36] Immanuel Kant. *Kritik der praktischen Vernunft.* In: Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Hg.) *Kants gesammelte Schriften Bd. V.* Berlin, 1908/13 (s. S. 37).

[37] Immanuel Kant. *Kritik der reinen Vernunft 1781 und 1787.* Hg. von Raymund Schmidt, zitiert wird die Paginierung der Originalausgabe von 1781 mit *A* und die der zweiten Originalausgabe von 1787 mit *B*. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1956 (s. S. 16, 21–25, 29–31, 36, 39, 43, 44, 52, 53).

[38] Felix Klein. *Über die Beziehungen der neueren Mathematik zu den Anwendungen.* Antrittsrede in Leipzig am 25.10.1880. In: *Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht* 26 (1895), S. 535-540 (s. S. 65).

[39] Felix Klein. *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert, Teil 1.* Berlin: Verlag Julius Springer, 1926 (s. S. 51, 56, 84).

[40] Gottfried Wilhelm Leibniz. *Leibniz über die Analysis des Unendlichen.* Hrsg. von Gerhard Kowalewski. Leipzig: Verlag Wilhelm Engelmann, 1908 (s. S. 43).

[41] Karl Marx. *Das Kapital. Kritik der politischen Ökonomie. Erster Band.* Karl Marx · Friedrich Engels · Werke, Band 23. Berlin: Dietz Verlag, 1962 (s. S. 67).

[42] James Clerk Maxwell. *On govenors.* In: *Proceedings of the Royal Society* 16 (1868), S. 270-283 (s. S. 57).

[43] Friedrich Nietzsche. *Über die Zukunft unserer Bildungsanstalten.* In: Karl Schlechta (Hg.) *Friedrich Nietzsche: Werke in drei Bänden*, S. 175-263. München, Wien: Carl Hanser Verlag, 1956 (s. S. 69).

[44] Hans Josef Pesch. *Schlüsseltechnologie Mathematik. Einblicke in aktuelle Anwendungen der Mathematik.* Stuttgart Leipzig Wiesbaden: B.G. Teubner, 2002 (s. S. 83).

[45] Platon. *Apologia Sokratus, Kriton [u.a.]* Band 8/2 in Werke in 8 Bänden. Bearbeitet von K. Schöpsdau, Hg. v. G. Eigler; deutsche Übers. v. F. Schleiermacher. Zitiert wird die Paginierung von H. Stephanus. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1990 (s. S. 16, 17).

[46] Platon. *Phaidon, Das Gastmahl, Kratylos.* Band 8/3 in Werke in 8 Bänden. Bearbeitet von K. Schöpsdau, Hg. v. G. Eigler; deutsche Übers. v. F. Schleiermacher. Zitiert wird die Paginierung von H. Stephanus. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1990 (s. S. 17, 18, 23).

[47] Dieter Prätzel-Wolters und Helmut Neunzert. *Mathematik im Fraunhofer-Institut · Problemgetrieben – Modellbezogen – Lösungsorientiert.* Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2015 (s. S. 78, 81, 83, 87).

[48] *Projektstudium Mathematik: Intentionen, Erfahrungen, Kritik.* Frankfurt/Main: Verlag Roter Stern, 1975 (s. S. 76).

[49] Alois Riedler. *Die Ziele der technischen Hochschulen.* In: *Zeitschrift des VDI* 40 (1896), S. 301-309 (s. S. 64).

[50] Ulrich Ruschig. *Chemiker kämpfen für Deutschland – Chemie und Nationalsozialismus.* In: *ASTA* (1985), S. 1-28. Carl von Ossietzky Universität Oldenburg (s. S. 66).

[51] Ulrich Ruschig. *Der intelligible Charakter bei Kant und die Moral der Wissenschaft.* In: V. Gerhardt, R.-P. Horstmann und R. Schumacher (Hg.) *Kant und die Berliner Aufklärung, Akten des IX. Internat. Kant-Kongresses* (2001), S. 315-326. Berlin, New York (s. S. 37, 53).

[52] Ulrich Ruschig. *Korruption der Wissenschaft.* In: Gesellschaftswissenschaftliches Institut (Hg.) *Traditionell kritische Theorie.* S. 21-32. Würzburg: Königshausen & Neumann, 1995 (s. S. 53, 88, 89).

[53] Ulrich Ruschig. *Randglossen zur „Bewegung des Begriffs".* In: Johann Kreuzer (Hg.) *Hegels Aktualität, Über die Wirklichkeit der Vernunft in postmetaphysischer Zeit.* S. 67-92. München: Wilhelm Fink Verlag, 2010 (s. S. 21).

[54] Friedrich Schiller. *Werke in drei Bänden.* Berlin, Weimar: Aufbau-Verlag, 1981 (s. S. 23).

[55] Anton Sebastian. *A Dictionary of the History of Science.* New York: CRC Press-Parthenon Publishers, 2001 (s. S. 30).

[56] Dirk Jan Struik. *Abriß der Geschichte der Mathematik.* Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1976 (s. S. 45, 47–49, 57, 58, 61).

[57] Hans Wußing. *6000 Jahre Mathematik. Eine kulturgeschichtliche Zeitreise – 1. Von den Anfängen bis Leibniz und Newton.* Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2008 (s. S. 14, 48–50).

[58] Hans Wußing. *6000 Jahre Mathematik. Eine kulturgeschichtliche Zeitreise – II: Von Euler bis zur Gegenwart.* Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2009 (s. S. 84).

[59] Hans Wußing und Wolfgang Arnold. *Biographien bedeutender Mathematiker.* Berlin: Verlag Volk und Wissen, 1975 (s. S. 51).

Index